אינטראקציות בין למידה, זהות וקהילה הבאות לידי ביטוי במחנה קיץ במתמטיקה למחוננים

רחל הס-גרין

אינטראקציות בין למידה, זהות וקהילה הבאות לידי ביטוי במחנה קיץ במתמטיקה למחוננים

חיבור על מחקר לשם מילוי חלקי של הדרישות לקבלת התואר

דוקטור לפילוסופיה

רחל הס-גרין

הוגש לסנט הטכניון – מכון טכנולוגי לישראל

כסלו התשעז　　　　חיפה　　　　דצמבר 2016

המחקר נערך בהנחיית ד״ר עינת הד מצויינים ופרופסור אורית חזן

בפקולטה לחינוך למדע וטכנולוגיה.

אני מודה לטכניון על התמיכה הכספית הנדיבה בהשתלמותי.

תודות [יתווסף בהמשך]

תקציר

המחקר על תלמידים מחוננים צובר תאוצה בשנים האחרונות, אך מרבית המחקרים בנושא מתמקדים בהיבטים הקוגניטיביים של תהליכי הלמידה הייחודיים לאוכלוסיית תלמידים זו, ורק מעטים מתמקדים בהיבטים רגשיים וחברתיים. יתרה מזאת, מחקרים רבים הבוחנים מחוננות מבוססים על ההנחה שמחוננות מתמטית הינה בעיקר תוצר של כישורים קוגניטיביים מסוימים.

במחקר הנוכחי אאתגר את התפיסה הקוגניטיביסטית של מחוננות מתמטית באמצעות בחינת יחסי הגומלין בין הערכים המאפיינים את הקהילה המתמטית, זהות הלומדים ואופן הלמידה.

העבודה מתמקדת באופן שבו מוסדות אקדמיים, המציעים תוכניות למחוננים במתמטיקה, מאפשרים ומאיצים את כניסתם של תלמידים אלו לקהילייה המתמטית האקדמית והתבצעה בגישה איכותנית. שדה המחקר הינו מחנה תומבה (להלן המחנה) - מחנה מתמטי בתורת המספרים לתלמידי תיכון, הכולל פעילויות חברתיות. המחנה נבחן שלוש פעמים, בשנים 2013-2015.

המסגרת המושגית של המחקר מסתמכת על התיאוריה של Schein (2010) לחקר תרבות ארגונית, בעזרתה נחקרים הערכים המוצהרים והסמויים, המשתקפים בהשתתפות חברי הארגון בפעילויותיו. מכיוון שהשתמשתי בתיאוריה זו בכדי לחקור מחנה מתמטי, ההשתתפות שנבחנה היא מתמטית ביסודה.

לצורך חקר מאפייני ההשתתפות המתמטית של התלמידים, וקישור מאפיינים אלו עם ערכים וזהות, נעזרתי בגישה הקומוגניטיבית (Sfard,2008). השימוש במונח *זהות* מאפשר הבנה מקיפה של האופן בו היבטים רגשיים, חברתיים וקוגניטיביים משתלבים בלמידת מתמטיקה.

ממצאי המחקר הם ערכי המחנה המוצהרים והסמויים שנמצאו בשיח הצוות, וקישורם של ערכים אלו לשיח התלמידים. הערכים המוצהרים שנמצאו :

- **השתייכות לקהילה מתמטית** - השתייכות לקהילת לומדים בה ניתן לפתח שיח מתמטי ברמה גבוהה ושבה נבנות חברויות.

- **כתיבה מתמטית תקנית** – עדיפות לפתרון כתוב לפי מוסכמות מתמטיות על פני פתרון בעל-פה.
- **התמודדות עם קושי** - העדפת התמודדות עם קושי על פני בריחה ממנו ותפיסה חיובית של אתגרים.

מלבד ערכים אלו, שהיו מפורשים בשיח, נמצאו גם ערכים סמויים, לדוגמא:

- **מתמטיקה לשמה** - מתן ערך לעשייה מתמטית בפני עצמה ולאו דווקא בשל שימושיה.
- **כישרון מתמטי** - הערכת תלמידים שהראו פתרון עצמאי ומהיר של תרגילים, כקריטריונים לכישרון.

ניתן לראות שהערכים שנמצאו במחנה, הגלויים והסמויים, כוונו ברובם להשתתפות שהינה אקספלורטיבית בעיקרה. בעשייה מתמטית, תכלית ההשתתפות היא ייצור היגדים מתמטיים כפעילות בעלת ערך בפני עצמה. תכלית זו בולטת בערך המתמטיקה לשמה. התכווננות לעשייה אקספלורטיבית נמצאה גם בערכים שהתייחסו לממדים חברתיים או רגשיים, כמו ההתמודדות עם קושי, מתן לגיטימציה לעשיה עצמאית, גם לנוכח אתגרים.

נמצאו פערים בין ערכים שונים. לדוגמא ערך הכישרון, ובמיוחד ההיבט של פתרון מהיר, סתרו במידה מסוימת התמודדות עם קושי. גם ההשתתפות בקהילה נמצאה במתח עם ערך הכישרון, שמעודד בידול, תחרותיות ופתרון עצמאי.

הסתירה בין כשרון לקהילה מבטאת מתח כללי יותר המובנה בערכי המחנה. מחד, נמצא דגש על איתור כישרון מתמטי, ומאידך, על הוראה וטיפוח. נראה כי הערכים המשתייכים לאיתור כישרון מתמטי, היו בעיקרם סמויים, ושימשו כקריטריונים להערכה. לעומת זאת הערכים המוצהרים, שהתאימו לטיפוח והוראה, לא היוו קריטריונים משמעותיים להערכת הצלחה אך היו מרכיב חשוב ביצירת הקהילה.

תרומת המחקר הינה תיאורטית ומעשית. תיאורטית, המחקר תורם להבנת יחסי הגומלין בין אופן השתתפות בקהילת למידה מתמטית ובין זהות הלומדים. זאת על ידי ניתוח תרבות הקהילה על ערכיה הסמויים והמוצהרים ובחינת הסתגלות התלמידים לערכים אלו. מעשית, המחקר מספק תובנות על האופן שבו ניתן ליצור ולשפר מסגרות למידה חווייתיות במתמטיקה, תוך התייחסות להיבטים הרגשיים והחברתיים של מסגרות אלו בו-זמנית עם התייחסות להיבטים קוגניטיביים-מתמטיים.

תוכן העניינים

מילון מונחים

הגישה התקשורתית (communicational framework): גישה המבוססת על חקר שיח, הבוחנת תהליכי למידה וזהות. תפיסה זו כוללת את מונח החשיבה כחלק ממונח השיח, וממשיגה אותו כתקשורת תוך אישית (Sfard, 2008).

זהות (identity): אוסף הנרטיבים המסופרים על אדם שהם משמעותיים, מועצמים וניתנים לאימות (Sfard, 2008) .

זהות מתמטית (mathematical identity): זהות הבאה לידי ביטוי בעת עשיית מתמטיקה, או זהות המתארת קשר למתמטיקה (Sfard, 2008).

זהות נוכחית (current identity): זהות בזמן הווה (לדוגמא: "אני אוהבת מתמטיקה מאוד, במיוחד אלגברה") (Sfard & Prusak, 2005).

זהות מיועדת (designated identity): זהות בזמן עתיד (לדוגמא: "אני בטוחה שהיא תהייה רופאה") (Sfard & Prusak, 2005).

למידה: שינוי בשיח (Sfard, 2008).

מתמטיזציה (mathematizing): השתתפות בשיח מתמטי (Heyd-Metzuyanim & Sfard, 2011).

חיברות (socialization): תהליך הקושר את היחיד אל החברה בה הוא נמצא (Goffman, 1961).

סובייקטיפיקציה (subjectification): תקשורת על המשתתפים בשיח.

קהילת עשייה (community of practice): קבוצה של אנשים בעלי מלאכה או מקצוע משותף (Lave & Wenger, 1991).

שיח (discourse): סוג מסוים של תקשורת המאופיין על ידי רפרטואר פעולות קבילות ודרכים לביצוען (Sfard, 2008).

שיח מתמטי: שיח בעל אוצר מילים מתמטי.

תרבות ארגונית (organizational culture): התשתית הערכית וההתנהגותית המאגדת סביבה את חברי הארגון, ומנחה את התנהגותם כיחידים וכקבוצה, כלפי פנים וכלפי חוץ, באופן שתורם לסביבה הייחודית של ארגון (Schein, 2010).

רשימת איורים

רשימת טבלאות

1. מבוא

1.1 בעיית המחקר

יש הסוברים כי כישרון מתמטי הוא בעיקרו תכונה מולדת או קבועה (Jensen,1998). תחת הנחת מוצא זו פועלות תכניות רבות לאיתור וטיפוח מחוננים. הנחה זו גורסת כי תלמידים מסוימים הינם בעלי פוטנציאל מיוחד להפוך למתמטיקאים ומדענים, ולשם כך יש לאתרם ולטפחם מוקדם ככל האפשר. למרות שקיימים מחקרים התומכים בהנחה שכישרון מתמטי מתעצב בשנות החיים המוקדמות יותר, לעיתים אפילו בינקות, קיימת נקודת מבט נוספת הרואה בתוכניות אלו לא רק כר נוח לטיפוח הכישרון, אלא גם אפשרות ליצירתו ולהבאתו לידי ביטוי, ובכך יתמקד המחקר הנוכחי.

עוגן לגישה זו ניתן למצוא בתאוריות הסוציו-תרבותיות של הלמידה. תיאוריות אלו מדגישות שלמידה אנושית איננה מתרחשת בוואקום חברתי. למידה היא תהליך בו התלמידה[1] הופכת לחלק מקהילייה מסוימת המאופיינת על ידי שיח מסוים (Wenger, 1998), תוך כדי פיתוח זהותו ואופן השתתפותו בשיח. עדשה המתבוננת על הלמידה מתוך הקשר חברתי-תרבותי מדגישה קודם כל את הנגישות (access) ואת אפשרויות הלמידה הנפתחות בפני הלומדת. בפרט, היא מסתכלת על הנגישות אל התחום (access to the domain) הקיים בפני התלמידה, כלומר, אילו אפשרויות למידה פתוחות בפניה (Nasir & Hand, 2008).

בעבודה הנוכחית נחקרה תוכנית מתמטית לתלמידי תיכון מחוננים דרך העדשה הסוציו-תרבותית. את העשייה המתמטית המתרחשת בתוכנית ניתן לראות כהשתתפות בקהילה, כחניכה של תלמידים צעירים על ידי חברי סגל בפקולטה למתמטיקה או בפקולטות מדעיות וטכנולוגיות הרואים בתוכנית דרך לקרב צעירים אל קהילתם.

רעיון החניכה (או 'שולייתיות', apprenticeship) וההוראה באמצעות 'עשייה אותנטית' איננו רעיון חדש (Barab & Plucker, 2002; Fields, 2009; Lave & Wenger, 1991; Wenger, 1998). שולייתיות היא מטאפורה הלקוחה מעולם ההכשרה הלא-אקדמי, ובאה לתאר את הלמידה כפי שהיא מתרחשת מתוך השתתפות בקהילה, בה קיים תהליך של 'השתתפות פריפריאלית לגיטימית'

---

[1] בלשון יחיד המחקר מנוסח בלשון נקבה (לדוגמא: התלמידה פתרה את התרגיל) ובלשון רבים מנוסח בלשון זכר (לדוגמא: התלמידים פתרו את התרגיל). בשני המקרים ההתייחסות היא לשני המגדרים.

(legitimate peripheral participation). במהלך הלמידה המשתתף הופך מטירון למומחה תוך כדי השתתפות בעשייה האותנטית של הקהילה (Lave & Wenger, 1991). בדומה לכך, תכניות למידה הדוגלות בעשייה אותנטית אינן מנותקות מקהילת הלמידה, אלא מנסות לדמות ככל האפשר את למידת המומחים (Barab & Plucker, 2002). אם כן, במסגרת לימוד כגון מחנה חוץ בית-ספרי ללמידת מתמטיקה מצויה הזדמנות לצפות בהוראה שנועדה לחנוך דור חדש של הקהילייה המתמטית.

בכדי לבחון את תרבות הקהילה ככלל, ניתן להשתמש במושגים מתוך תחום התרבות הארגונית (organizational culture). בפרט, במושג הערכים של התרבות הארגונית, הכוללים ערכים מוצהרים הנאמרים באופן מפורש והערכים הסמויים שאינם נאמרים באופן מפורש (Schein, 2010). השימוש במושג הערכים המוצהרים והסמויים של התרבות, מאפשר לבחון את האופן בו תכנית העשרה חוץ-בית ספרית במתמטיקה, כמו גם הקהילה הנוצרת בה, מאפשרת או מגבילה את למידת התלמידים השוהים בתוכנית ומעצבת את זהותם.

בכדי לחקור את האופן שבו ערכי המחנה מתקשרים לדרכי ההשתתפות בלימוד המתמטיקה, מחקר זה נעזר בגישה הקומוגניטיבית (commognitive framework) (Sfard, 2008). על פי גישה זו חשיבה מוגדרת כתקשורת תוך אישית, ואיננה שונה איכותית מתקשורת בינאישית. בהתאם לכך, טבעה Sfard (2008) את המונח קומוגניציה (commognition), הרכבה של תקשורת וקוגניציה, המדגיש את הקושי להפריד ביניהן. במסגרת הגישה התקשורתית נחקר השיח כפי שהוא בא לידי ביטוי במילים, במחוות, במתווכים ויזואליים ובנרטיבים[2]. מושג **הלמידה**, על פי גישה זו, מוגדר כשינוי בשיח, ומושג **הזהות** - כמכלול הסיפורים שמסופרים על אדם שהם משמעותיים (significant), מועצמים (reifying) וניתנים לאימות (endorsed) (Sfard, 2008)[3].

עיסוק בהגדרת הלמידה והגדרת הזהות באמצעות כלים מושגיים אחידים, כפי שמציעה הגישה הקומוגניטיבית, מאפשר לבחון את האינטראקציה בין זהות ובין למידה בו זמנית. כלים אלו שמשו במחקר הנוכחי לבחינת התפתחות זהותם המתמטית של תלמידים במסגרות לתלמידים בעלי כישורים יוצאי דופן במתמטיקה. על מנת לבחון זאת, נחקר מחנה תומבה (להלן המחנה) שהנו מחנה

[2] ראו בפרוט סעיף 2.2.
[3] ראו בפרוט סעיף 2.3.

קיץ עבור תלמידי ותלמידות תיכון הנערך בטכניון אחת לשנה במשך שבועיים כמסגרת היוצרת חיברות של מחוננים.

1.2 מטרת המחקר

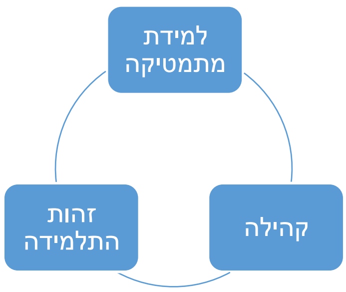
מטרת המחקר היא לבדוק האם וכיצד משתלבים קהילה, זהות, ולמידת מתמטיקה לכדי מנגנון המאיץ תלמידים מוכשרים במתמטיקה ומכשירים לקראת כניסה לקהילייה המתמטית בפרט, ולקהילייה המדעית-טכנולוגית בכלל.

בפרט, מטרת המחקר היא בחינת יחסי הגומלין המתוארים באיור 1:

א. בין למידת מתמטיקה לזהות הלומדים במהלך הלמידה.

ב. בין תרבות הקהילה למחוננים במתמטיקה למאפייני הלמידה המתרחשים בו: תחת מאפייני הארגון נבחנו ערכי המחנה (המוצהרים והסמויים), לוח הזמנים, דרכי איתור התלמידים וקבלתם, תכנית הלימודים ועוד. תחת מאפייני הלמידה נבחן השיח בכתות הלימוד.

ג. בין הקהילה, וזהות התלמידה האידיאלית המשתקפת מערכי הקהילה, לבין התפתחות הזהות המתמטית של הלומדים.



איור 1: יחסי הגומלין שיבחנו במחקר

Figure 1: The Interactions in This Study

על מנת להשיג את מטרה זו אתאר בפרק הבא את הרקע התאורטי.

2. רקע תיאורטי

2.1 הגישה הסוציו-תרבותית ללמידה

בבסיס הגישה הסוציו-תרבותית ללמידה עומדת ההנחה שלמידה אינה מתבצעת בריק אלא תלוית הקשר וחברה (Lerman, 2000; Vygotsky, 1962; Wenger, 1998). גישה זו מסתכלת על למידה כעל אירוע חברתי. היא אינה באה להחליף גישות קיימות בתאוריות של למידה אלא להשלים נקודות מבט מסורתיות, כגון אלו של פיאז'ה (Piaget, 1953), שהתייחסו ללמידה בעיקר מההיבט של התלמידה היחידה והקוגניציה שלה, באופן המבודד אותה מהקשרים חיצוניים:

The goal of a sociocultural approach is to explicate the relationships between human action, on the one hand, and the cultural, institutional, and historical situations in which this action occurs, on the other. (Wertsch & Del Rio, 1995, p. 11)

המבט הסוציו-תרבותי על למידה שונה מנקודות המבט המסורתיות במספר מישורים. ראשית, הלימוד מומשג כתהליך המתרחש תוך השתתפות ב'קהילת עשייה' (community of practice), ואשר בסיומו מיועדת הלומדת להפוך מטירונית למשתתפת מרכזית ואולי אף למומחית בקהילה. נובע מכך גם שהלומדת מצופה לרכוש את ערכי הקהילה. מידת הקבלה של הערכים הנ"ל משקפת את המידה שבה הלומדים הופכים לחברים מן השורה בקהילה:

By conforming to the [community's] norms and practices, a student shows that he or she is a legitimate member. In this way, his or her identity as a competent, advanced or struggling student may be formed. (Yamakawa, Forman, & Ansell, 2009, p. 2)

במובן זה, ניתן לדמות את הכיתה לקולקטיב או קהילת לומדים בו אופן ההשתתפות מצביע על למידה לא פחות מתוכן ההשתתפות (Sfard, 1999).

ניתן לומר כי למידה היא פעילות חברתית ולא רק אינדיבידואלית (Vygotsky, 1962). כיוון שפעילות חברתית היא סיטואציה בה זהויות המשתתפים באות לידי ביטוי, נולד צורך להסביר את הזהויות שתלמידים מפתחים בכיתה ומביאים לשיח.

בעשורים האחרונים חל מפנה משמעותי בתחום מדעי הלמידה בכלל ובחינוך המתמטי בפרט, כאשר מספר לא מבוטל של חוקרים פנה לתיאוריות סוציו-תרבותיות בכדי להסביר את המתרחש בכתה (Lerman, 2000). יחד עם זאת, בתחום למידת המחוננים עדיין מעטים המחקרים המשתמשים בעדשה הסוציו-תרבותית, אם כי ניתן למצוא יוצאי דופן (Barab & Hay, 2001; Barab & Plucker, 2002). אחת הגישות הסוציו-תרבותיות הרלוונטיות ביותר עבור למידת מתמטיקה היא הגישה התקשורתית (Sfard, 2008). גישה זו רואה גם היא את הלמידה כהשתתפות בקהילה, ומתארת את הלמידה כתהליך שבו התלמידה מפנימה שיח של קהילה מסוימת.

2.2 הגישה הקומוגניטיבית לחקר הלמידה

בבסיס הגישה התקשורתית לחקר הלמידה עומדת ההנחה שכל פעילות אנושית יסודה בהפנמת פעילות חברתית (Sfard, 2008). שורשיה של גישה זו נמצאים בתאוריה של Vygotsky (1962), ובפסיכולוגיה הדיסקורסיבית (Harré & Gillett, 1994) המתבססת על הפילוסופיה המאוחרת של (Wittgenstein 2010).

מהו שיח?

שיח הוא פעולה תקשורתית הייחודית לקהילה מסוימת. כלומר, שיח נתון מחלק את בני האדם לאלה היכולים להשתתף בו ולאלה שאינם מסוגלים לעשות זאת. לדוגמא, שיח מתמטי מאפשר הבדלה בין אלו העוסקים במתמטיקה לבין אלו שאינם שותפים לפעילות זאת. מכאן ששיח מגדיר את קהילת השיח שלו. על פי Sfard (2008), שיח מתאפיין באוצר המילים שלו, במתווכיו הוויזואליים, ברוטינות ייחודיות ובהיגדים מוסכמים. גם בתוך השיח המתמטי קיימים תת-שיחים רבים כגון שיח מספרי, שיח אריתמטי ושיח גאומטרי, כאשר קיימת אפשרות להשתתף בחלק משיחים אלו כחלק מהשתתפות במספר קהילות.

סוג מסוים של שיח המשמעותי בחקר למידה בכיתה הוא שיח כיתתי. לשיח זה תפקיד חשוב בתהליך הלמידה בכלל (Cazden & Beck, 1986; Marton, et al, 2013; Zhang, 2008) ובתהליך למידת מתמטיקה בפרט (Gutiérrez, Sengupta-lrving, & Dieckmann, 2010; Kieran, Forman, &

(Sfard, 2003; Lampert & Blunk, 1998; Yackel & Cobb, 1996). בעזרת ניתוח שיח כיתתי ניתן לחקור לא רק תוצאות של תהליכים המתרחשים בכיתה אלא את התהליכים עצמם. Cazden & Beck (2003) בחנו את סוגי השיח בכיתות הלימוד ומצאו כי הסוג הדומיננטי הוא שיח אותו כינו IRE (Initiation-Response-Evaluation). Hall (2002) מתאר זאת כך:

The teacher-led, three-part-sequence of Initiation-Response-Evaluation (IRE), typifies the discourse of Western schooling from Kindergarten to university…the pattern involves the teacher asking a question to which the teacher already knows the answer. The purpose of such questioning is to elicit information from the students so that the teacher can ascertain whether they know the material. (p. 80)

סוג השיח המכונה IRE הינו שיח מכוון מורה (Forman, 2003; Sherin, 2002). שיחים אחרים באים לידי ביטוי בצורות לימוד שונות, כגון עבודה בקבוצות ולמידה מכוונת פתרון בעיות (Boaler & Greeno, 2000; Cole, 1991), שיח כיתתי עשיר ומחויב למקצוע (Michaels et. al, 2008), ולמידה שולייתית (Barab & Hay, 2001; Lave & Wenger, 1991). בהקשר לכך, Barab & Hay (2001), בהסתמכם על Resnick (1987), הבחינו בין למידה האופיינית לבית ספר לבין למידה "השתתפותית" (participatory learning). הבחנה זו מתוארת בטבלה 1.

טבלה 1: למידה בית ספרית מול למידה השתתפותית (מתוך Barab & Hay, 2001)

Table 1: School Learning Versus Participatory Learning (Barab & Hay, 2001)

למידה בית ספרית	**למידת השתתפותית**
הלומדים מקשיבים לשיעורים על איך אחרים (לדוגמא, מדענים) עושים (doing) מדע במטרה לקבל ציון.	הלומדים *מבצעים* פרקטיקות הקשורות למקצוע לפתרון בעיות בתחום.
עשייה / ידע מדעי וטכנולוגי מוצגים כעובדות קשיחות.	עשייה / ידע מדעי וטכנולוגי נבנים בהקשר מסוים ונתונים למשא ומתן חברתי.
הלמידה מתרחשת באמצעות ספרי לימוד ודברי המורה.	הלמידה היא השתתפותית, מתרחשת במהלך שוליתיות ("מרפק אל מרפק") עם המומחים הכוללים: מורים, מדענים, וחברים לכתה.
הבעיות "שייכות" לספר הלימוד או למורה. יש	פרקטיקות ותוצרים הנם אותנטיים ושייכים

להן תפקיד בכיתה (שאינו בהכרח קשור לעולם האמתי).	ללומדת עצמה ולקהילת העשייה, ומהווים מענה לבעיות מהעולם האמתי.
הלומדים *שומעים על* קהילת חוקרי המדע, ומפתחים זהות של תלמידים, "חרשנים" וכו'.	המשתתפים *הופכים לחלק מ* (ומפתחים *זהות* של חבר ב) קהילת ההשתתפות.
מושם דגש מועט על רפלקציה במהלך ההשתתפות (reflection-in-action) ורפלקציה לאחר ההשתתפות (reflection-on-action).[4]	אפשרויות פורמליות ותמיכה בתהליכי רפלקציה במהלך ההשתתפות (reflection-in-action) ורפלקציה לאחר ההשתתפות (reflection-on-action) כלולים בתהליך הלמידה.

חלוקה זו מזכירה במידה מסוימת את אפיון הלמידה על פי Sfard (2008) כלמידה "ריטואלית" לעומת למידה "חקירתית". בעוד למידה ריטואלית נועדה לספק בעיקר צרכים של יצירת קשר בין אנשים (למידה עבור מישהו אחר), למידה חקירתית הינה זו השואפת להבין ולבסס את משמעות הנלמד. בטרם ארחיב בנושא מאפייני השיח של למידה חקירתית לעומת למידה ריטואלית, אציג את הדרך בה Sfard (שם) ממשיגה שיח מתמטי. שיח זה, כמו כל שיח, מאופיין באמצעות ארבע הקטגוריות הבאות.

<u>המילים והשימוש בהן:</u> שיח מתמטי הוא שיח עם מילים המתארות אובייקטים מתמטיים, כגון כמויות, צורות גאומטריות, סימונים מתמטיים ושמות מספר. יחד עם זאת, המילים כשלעצמן אינן מספיקות כדי להפוך את השיח לשיח מתמטי, אלא קיימת חשיבות לאופן השימוש בהן, זאת משום שמשמעות המילים תלויה בהקשר בו הן מופיעות בשפה (Wittgenstein, 2010)[5].

<u>מתווכים ויזואליים:</u> אמצעים ויזואליים המשמשים לייעול התקשורת ומתווכים את השיח. סמלים מתמטיים הם דוגמא למתווכים ויזואליים שנוצרו לצורך שיח זה. דוגמאות נוספות הן צורות גיאומטריות וגרפים.

<u>היגדים מקובלים:</u> משפטים שקיימת לגביהם הסכמה בקהילה המתמטית והמקבלים את התווית 'אמת'. לדוגמה, במתמטיקה, היגדים מקובלים הם הגדרות ומשפטים מתמטיים.

[4] רפלקציה במהלך ההשתתפות הוא תהליך שבו תלמידה חושבת על מה שהיא מבצעת במהלך המעשה עצמו; רפלקציה לאחר ההשתתפות היא תהליך בו תלמידה חושבת על מעשיה לאחר ביצוע הפעולה (Schön, 1987).

[5] לכן, למשל, כדי להבחין בין שיח מתמטי לשיח שאינו מתמטי, אין די להתמקד במילים. לדוגמא, אין די בכך שתופיע המילה מספר, אלא חשוב גם שאופן השימוש בה יהיה בהקשר מספרי. לדוגמא, אם שם של חתול הוא "חמש", אזי כשילדה תקרא לחתול "חמש, בוא הנה!" היגד זה לא יסווג כמתמטי.

רוטינות: דפוסי שיח החוזרים על עצמם ומתאפיינים על ידי קבוצת כללי-על (meta-rules). כללים אלו מחולקים ל**כללי הליך** המגדירים את אופן ביצוע הפעולה, ו**כללי פתיחה וסגירה,** המגדירים באילו תנאים מתאים לבצע את הפעולה, מתי היא מתחילה ומתי היא מסתיימת. בנוסף, ניתן לסווג את הרוטינה על-פי המטרה שלשמה היא מבוצעת.

תלמידים המשתמשים ברוטינה אינם בהכרח מודעים לסדירויות שבה. סדירויות אלו ניתנות לתיאור בעזרת כללי **מטה שיח** המאובחנים על ידי צופה מומחה (Sfard & Kieran, 2001).

כללי על של השיח

כללי על של השיח (Meta Discourse) הם כללים לניהול השיח, שהמשתתפים אינם מודעים אליהם תמיד. כללים אלו מסבירים את עצמם במהלך פעולות תקשורתיות. כלומר, כללים אלו מכוונים את השיח באופן כללי ולא מסוים. בשיח מתמטי כללים אלו מכילים כללים ייחודיים למתמטיקה - הכוללים דרכים מוסכמות להגדרה או להוכחה. כללים אלו מקטינים את מרחב האפשרויות האינסופי לתקשורת ומשאירים את המשתתפים בשיח עם מספר סופי של בחירות. כללי אלו מהווים טקטיקה הנלמדת תוך כדי תנועה (Sfard & Kieran, 2001). במתמטיקה, כללי העל של השיח כוללים דרכים להגדרת אובייקטים מתמטיים, להוכחת משפטים ולפתרון בעיות.

בעזרת כללים אלו ניתן לגלות את סדירויות הרוטינות. נהוג לחלק את הרוטינות או ההשתתפות בעשיה לשני סוגים עיקריים:

רוטינה ריטואלית (ritual routine): רוטינה המתבצעת מתוך צורך חברתי, ומטרתה שינוי המצב החברתי של מבצעה ביחס למשתתפים הנוספים בקהילת השיח (Sfard, 2008; p. 247). רוטינה זו אינה מהווה יעד רצוי של הוראה במתמטיקה, אולם לעתים היא מהווה שלב בלתי נמנע בלמידה, משום שללומדת אין עדיין כלים להשתתף בשיח באופן חקירתי (Sfard & Lavi, 2005). לדוגמא, כאשר ילדים קטנים מתחילים להיחשף למספרים, הם סופרים כחלק ממשחק חברתי שבו הם מחקים את המבוגר. הם אינם מסוגלים עדיין להתייחס למספרים כאל עצמים העומדים בזכות עצמם (Sfard & Lavie, 2005). Heyd-Metzuyanim (2011, vol 2, p. 50) הביאה דוגמה נוספת להשתתפות ריטואלית בשיח על שברים. בדוגמה זו, ילדה בשם עידית מנסה לפתור את התרגיל $\frac{2}{3} *$ 9. בתחילה, עידית פתרה את התרגיל על ידי כפל המונה ב-9 והמכנה ב-1. היא הגיעה לתוצאה 18/3. כאשר המראיינת שאלה "יש עוד דרך לכתוב את זה?" עידית מחקה את התרגיל והתחילה מהתחלה.

היא הגיעה לתוצאה 6/1, פירשה אותה כ"6", אך לא ראתה את הקשר בין תוצאה זו לבין 18/3. זוהי דוגמה לכללי פתיחה וסגירה נוקשים המאפיינים רוטינות ריטואליות. בנוסף, בכדי לוודא את נכונות הפתרון, עידית בקשה אישור מהמראיינת. כלומר המדד שלה לנכונות טענותיה הוא חיצוני ולא פנימי (הוא אינו מסתמך על טיעונים מתמטיים אלא על אישור המומחה). זהו מאפיין חשוב נוסף של השתתפות ריטואלית המסתמכת על תמיכה ממומחה חיצוני ולא על רוטינות או נרטיבים שהלומדת כבר שולטת בהם.

רוטינת חקירה (exploration routine): רוטינה שמטרתה לתרום לתאוריה מתמטית ולהגיע להיגדים מוסכמים. לרוטינות מסוג זה שואפים להגיע בתהליך הוראת המתמטיקה (Sfard, 2008). תלמידה המשתמשת ברוטינת החקירה מתייחסת למילות מפתח כמייצגות אובייקטים מתמטיים הקיימים בעולם באופן בלתי-תלוי בבני-אדם. סוג שיח זה נקרא על ידי Sfard "שיח מועצם" (objectified discourse). עיצום השיח, מתאר תהליך המתבצע על אובייקטים מתמטיים הכולל בתוכו שתי פעילויות, האחדה וריאפיקציה. **האחדה** – פעילות של זיהוי הדומה, והכללה. לדוגמה, באמצעות האחדה התלמידה תשתמש במילת מספר כדי לתאר כמות של פריטים ולא משנה מהם הפריטים. **ריאפיקציה** – פעילות תקשורתית הכרוכה בהחלפת הדיבור על פעולות, המתבטא בשימוש בפעלים, לדיבור על עצמים המתבטא בשימוש בשמות (לדוגמא, אני סופרת פה ארבע תפוחים ופה 3 תפוחים, וביחד ספרתי שבע תפוחים, מול ארבע ועוד שלוש שווה שבע). תהליך זה, שעובר השיח המספרי של התלמידה מהרגע שבו שמעה לראשונה את המילה המתארת את האובייקט בשיח ועד שהיא משתמשת במילים בשיח מיוזמתה, כעצם לכל דבר, נקרא **תהליך עיצום השיח** (Sfard & Lavi, 2005).

במחקר של Heyd-Metzuyanim (2011, vol2, p. 217), הוצגה דוגמא לתלמיד בשם אמיר, שפתר את התרגיל שצוין לעיל ($9 * \frac{2}{3}$) באופן מועצם. כאשר הוא הביט בתרגיל, אמיר אמר "שני שליש כפול תשע **זה** שש". כשנשאל כיצד הגיע לתשובה הוא חייך בתחילה, כאינו מבין את השאלה. לאחר מכן הוא אמר "ככה זה" והוסיף "כי שליש של תשע **זה** שלוש, ושני שליש פשוט מאוד (זה) שש". העובדה שאמיר השתמש במלה "זה", שהוא מפרש את סימן הכפל כ"של" (ולא "כפול") והאופן הגמיש שבו הוא מסביר (שליש של תשע זה שלוש, עובדה שלא נרמזה בשום דרך בתרגיל עצמו) הצביעה על העיצום (אובייקטיפיקציה) של שברים בשיח של אמיר. אובייקטיפיקציה זו היא חלק חשוב

מרוטינות חקירה שתפקידן לייצר היגדים בנוגע לאובייקטים מתמטיים באמצעות רוטינות והסתמכות על היגדים מקובלים.

לסיכום, ניתן לתאר את ההבדל בין ריטואל לאקספלורציה בעזרת טבלה 2, כאשר המעבר בין ריטואל לחקירה תלוי בקריטריונים המתוארים בטבלה 2, והשתתפותם של תלמידים בפעילות אינה מתפרשת באופן בינרי לשתי ההשתתפויות הריטואלית או אקספלורטיבית אלא נעה על הרצף שבניהם (לביא וספרד, 2016):

טבלה 2: השוואה בין ריטואל לאקספלורציה [6]

Table 2: Comparison between Ritual and Exploration

מספר	קריטריון	ריטואל	אקספלורציה
1	מטרה	התייחסות לאחרים ושיפור מעמד בקהילה	יצור של נרטיבים מוסכמים על העולם
2	שימוש במילים ובמתווכים	סינטקטי	מועצם
3	הרוטינות	נוקשות	פתוחות / גמישות
4	פתיחת הרוטינה	קבועה	פתוחה
5	שימושיות (applicability)	טווח מוגבל	טווח רחב
6	דרכים לבחינת נכונות	אין אפשרות להערכת נכונות חוץ מ"כי ככה אמרו"	יש הערכה של נכונות, חלקים ניתנים להחלפה ברוטינות שקולות
7	ביצוע (performer)	מפוגם (scaffolded) בעזרת אחרים	מתבצע באופן עצמאי
8	מען (addressees)	אחרים	עצמי
9	קְבִילוּת (acceptability)	תלוי באחרים	לא תלוי באחרים אך קשור לכללים מתמטיים

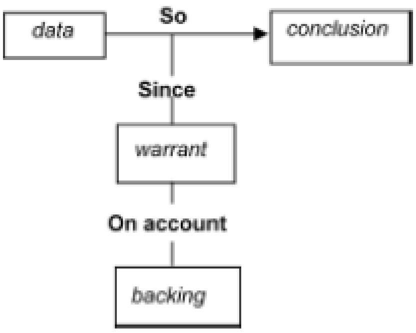
בשיח מתמטי ניתן למצוא לא רק רוטינות חישוב אלא גם רוטינות מטה-דיסקורסיביות (רוטינות על), כלומר רוטינות המכתיבות מהו המבנה המקובל של רוטינות אחרות. למשל, ישנן רוטינות המכתיבות כיצד ניתן להוכיח, ומפרטות את מרכיביה של הוכחה "תקנית". דוגמא של רוטינת על כזו היא מהלך שיח ש- Krummheuer (2007) מכנה "טיעון" (argument). Krummheuer מגדיר טיעון

[6] מבוסס על Sfard & Lavi (2005).

כסכמה שבה יש טענה, בקשה לצידוק והוכחה/הפרכה של הטענה. על פי Sfard, ניתן להמשיג זאת כרוטינת על בעלת כללי פתיחה וסגירה ברורים וכללי הליך המוסכמים על המשתתפים. תהליכי למידת מתמטיקה מתקדמת (כגון תורת המספרים) מאופיינים לעתים קרובות בהעלאת טיעונים מתמטיים, הוכחתם והפרכתם. היות ואלו הנושאים שבהם עוסקים תלמידים במסגרת אותה אחקור, יש לי עניין רב בתהליכים אלו. בפרק הבא אסקור בקצרה את הספרות בנושא ארגומנטציה הרלוונטית לנושא המחקר שלי.

ארגומנטציה בתהליך למידה מתמטית

Toulmin (1969)[7] היה מאבות העוסקים בתהליכי ארגומנטציה. הוא הציע סכמה לארגומנטציה המוצגת באיור 2. החלק הראשון של הטיעון הוא המידע (Data) - תחילת הטיעון, ולאחריו ניסיון להגיע למסקנה (Conclusion), כאשר במעבר בין הטיעון למסקנה תיתכן בקשה להצדקה של הטיעון (Warrant) וביסוסה (Backing).



איור 2: סכמת ההוכחה לפי Toulmin (1969)

Figure 2: Scheme of Argumentation according to Toulmin (1969)

Krummheuer (2007) פיתח את התאוריה של Toulmin והתאימה לארגומנטציה מתמטית. לטענתו, שיח ארגומנטטיבי מתמטי מופיע בעת הוכחת או הפרכת טענות מתמטיות. חוקרים נוספים בחינוך מתמטי עסקו במאפייני שיח ארגומנטטיבי במתמטיקה. לטענתם, שיח זה חשוב ואף הכרחי לפיתוח

[7] עבודתו של Toulmin נעשתה על ארגומנטציה כללית ולא ארגומנטציה מתמטית.

יכולות מתמטיות מרכזיות, כגון בנית הוכחות, הבנת הגדרות ומציאת דוגמאות נגדיות (Lakatos, 1976; Schwarz, et. al, 2010). Krummheuer אף הרחיק לכת וטען כי ארגומנטציה אינה רק שיטת לימוד, אלא מעבר לכך: כל לימוד משמעותי של מתמטיקה הוא ארגומנטטיבי (Krummheuer, 2007). נראה כי שיח ארגומנטטיבי מתמטי נחקר בעיקר על-פי האלמנטים המתמטיים המופיעים בו. יחד עם זאת, לא פעם שיח שכזה מכיל בתוכו גם אמירות רגשיות וחברתיות בנוסף לאמירות המתמטיות (Horn, 2008). מחקרים מועטים עוסקים בהיבטים הרגשיים והחברתיים הבאים לידי ביטוי במהלך ארגומנטציה מתמטית המתרחשת בכיתה. דוגמאות לכך הן עבודותיהם של Cobb & Yackel (1996) ו- Horn (2008) שבהן נבחנו היבטים לא-קוגניטיביים במהלך טיעונים המוצגים בכיתה. בפרט, נבחנה העשייה המתמטית מול נורמות חברתיות בכיתה וכיצד נורמות מסוימות מגבירות את האוטונומיה המתמטית של התלמידה בכיתה (Yackel & Cobb, 1996).

אין זה מקרה שמחקרים שהתמקדו בהיבט החברתי והרגשי של תהליכי ארגומנטציה היו מחקרים בעלי נקודת השקפה סוציו-תרבותית. כפי שכבר נסקר לעיל, הגישה הסוציו-תרבותית רואה בלמידה תהליך המערב את האדם כולו, על רגשותיו, מחשבותיו ומיקומו המשתנה בקהילה או בקהילות שאליהן הוא משתייך. לאפיון תהליך למידה זה נעשה לרוב (ואף במחקר זה) שימוש בגישות סוציו-תרבותית במושג מרכזי אחד: זהות.

2.3 זהות

מחקרים סוציולוגיים בנושא זהות בוחנים כיצד מתפתחות זהויות חברתיות, כיצד אדם מאמץ תיוג מסוים וכיצד החברה מייחסת לאדם קטגוריה חברתית מסוימת (Gates, 2010; Gill & Maynard, 1995; Goffman, 1974, 2009). לרוב, התנהגות מסוימת יכולה להשתייך למספר זהויות חברתיות שונות (Goffman, 1974). חלק מההקשרים הם סוציו-היסטוריים ומתפתחים לאורך השנים; בנוסף, התנהגויות המשויכות לזהויות מסוימות משתנות לאורך ההיסטוריה (Goffman, 1974). מחקרים שבחנו את התפתחותן של זהויות חברתיות בכיתה מצאו כי במהלך לימוד תכניות הלימודים מתפתחות גם זהויות חברתיות (Gates, 2010; Wortham, 2004).

למושג זהות הגדרות רבות בספרות (Gee, 2000; Marcia, 1993; Sfard & Prusak, 2005; Shani-Zinovich & Zeidner, 2009). המחקר הנוכחי הסתמך על מושג הזהות כפי שהוא מוגדר במסגרת

הקומוגניטיבית, וזאת משתי סיבות: א. הגדרה זו מאפשרת לבחון את הזהות בצורה אופרציונלית (operational)[8] ו- ב. גישה זו מאפשרת לבחון למידה וזהות מבעד לאותה נקודת מבט ותוך שימוש בהנחות תיאורטיות ופילוסופיות אחידות. יתרון זה איננו מובן מאליו שכן מרבית הספרות העוסקת בתהליכים רגשיים מסתמכת על תיאוריות (למשל, תיאוריות מתחום הפסיכולוגיה החברתית או הקלינית), כלים מושגיים (כגון "עצמי", "עמדות"), וכלי מחקר (למשל שאלוני עמדות) השונים מהתיאוריות והכלים המחקריים שעליהן מסתמכת הספרות העוסקת בתהליכים קוגניטיביים של למידת מתמטיקה (למשל, התיאוריה הקוגניטיבית של פיאז'ה).

במסגרת הגישה התקשורתית, **זהות** מוגדרת כמכלול הסיפורים שמסופרים על אדם שהם משמעותיים (significant), מועצמים (reifying), וניתנים לאימות (Sfard & Prusak, 2005). זהות של תלמידה מורכבת מסיפורים שלה על עצמה (זהות בגוף ראשון) ומסיפורים של אנשים שונים עליה (זהות בגוף שלישי) או אליה (זהות בגוף שני). סיפור משמעותי, על פי Sfard, הוא סיפור משמעותי עבור מספרת הסיפור. Heyd-Metzuyanim (2015) מוסיפה על הגדרה זו את ממד הרגש. לשיטתה, מידת המשמעות הניתנת להיגד זהות מסוים ניתנת לבחינה על ידי הרגש המובע בו. למשל, הבעת מבוכה בזמן פתרון תרגיל מסמנת שהיגד הזהות הנוגע להיות התלמידה "טובה במתמטיקה" הוא משמעותי עבורה. סיפורים **מועצמים** (reified) הם סיפורים שעברו ראיפיקציה כלומר מתיחסים לתכונה במקום לפעולה. לדוגמא, היגד לא מועצם הינו "התלמידה איחרה לכיתה מספר פעמים"; לעומת זאת, ההיגד "התלמידה היא *מאחרת סדרתית*" הוא סיפור שעבר ראיפיקציה לתכונה "מאחרת סדרתית". המעבר הקריטי הוא בין היגדים המשתמשים במילות פועל (כגון "איחרה") לבין משפטים המשתמשים בשמות תואר ("מאחרת סדרתית", "מחוננת", וכו'). סיפורים ניתנים לאימות הם סיפורים שניתן לקבוע אם הם נכונים. על סיפורים הנכללים בהגדרת הזהות להיות בעלי שלוש תכונות אלו גם יחד (משמעותיים, מועצמים, וניתנים לאימות).

כאמור, זהות כפי שהיא מוגדרת בגישה התקשורתית מיוצגת על ידי סיפורים. סיפורים רבים מסופרים בתהליך הלמידה על ידי התלמידה עצמה, על ידי המורה ואף על ידי חבריה לכיתה. האם

---

[8] הגדרת מושג בצורה אופרציונלית מסבירה את אבני הבסיס ממנה היא מורכבת ונותנת כלים להבנת ובדיקת ההגדרה.
"A definition that specifies what we should look at and what to ignore while trying to decide whether the word is applicable in a given situation"(Sfard, 2008)

קיימת אינטראקציה בין סיפורים אלו ללמידה? בסעיף הבא אסקור מחקרים על קשרים בין זהות ולמידת מתמטיקה.

2.4 זהות ולמידת מתמטיקה

מחקרים מצביעים על קשרים אפשריים בין זהות לבין למידת מתמטיקה (Bishop, 2012; Boaler & Greeno, 2000; Heyd-Metzuyanim & Sfard, 2012; Nasir, 2002; Sfard & Prusak, 2005). הכיתה היא למעשה עולם שנבנה חברתית ותרבותית, ועל סמך אותה הבניה, המשתתפים (התלמידים) מקבלים, עבור עצמם ועל ידי אחרים, תפקיד באותו עולם. כלומר, מתוך מאפייני הלמידה הכיתתית נוצרות זהויות (Holland, 2001). היחס בין הלמידה והזהות במובן של קהילת עשיה ניתן לפרשנות גם באופן הבא: למידה מתוארת כפתרון בעיות, חשיבה הגיונית וביצועים, והזהות המתמטית היא הדרך בה מסופרת ההשתתפות בפעילות זו.

למשל, Boaler & Greeno (2000) הראו כי תלמידים פיתחו זהויות מתמטיות שונות כתלות באופן הוראת המתמטיקה בכיתה. בפרט, בכתות בהן ההוראה התבצעה באמצעות פתרון בעיות בקבוצות ולא באמצעות הוראה פרונטלית, התלמידים פיתחו זהות התופסת מתמטיקה באופן חיובי ורבים מהם אף ראו בה חלק מעתידם. לעומת זאת, תלמידים שלמדו בכתות "מסורתיות" (בהן ההוראה התבססה על תרגול ושינון) פיתחו יחס שלילי למתמטיקה ולא ראו בה חלק מעתידם המקצועי. בהקשר זה, Boaler & Greeno (שם) טענו שהצלחה מתמטית עשויה להתקשר לנרטיבים תרבותיים-חברתיים המייעדים תלמידים מסוימים למחוננות. בפרט, הם טענו כי כיתות "מסורתיות", שבהן השתתפות התלמידים מוגבלת, משאירות מרווח מצומצם עבור תלמידים המצליחים להתעלות מעל לרמת השינון, ואלו הם התלמידים המוגדרים כמחוננים.

Sfard & Prusak (2005) גם הן בחנו את הקשר בין זהות, רקע תרבותי ולמידת מתמטיקה. הן בדקו הבדלים בין זהות מתמטית של עולים חדשים מברית המועצות לשעבר בהשוואה לתלמידים שנולדו בישראל ואת ההבדל בדרכי למידת המתמטיקה של שתי קבוצות אלה. בתוך כך, הבדילו החוקרות בין שני סוגי זהות שונים. זהות **נוכחית** כוללת סיפורים בזמן הווה, לדוגמא, "אני אוהבת מתמטיקה". לעומת זאת, זהות **מיועדת** כוללת סיפורים בזמן עתיד או סיפורים על המצופה, למשל "אני אהיה מהנדסת כשאהיה גדולה". החוקרות התמקדו באופן שבו התלמידים תיארו את עצמם בראיונות כלומדי מתמטיקה, בדרכים שבהם הם תיארו את למידתם למבחנים, וברמת החשיבות שהמתמטיקה תפסה בעולמם. המחקר הראה קשר בין התרבות ממנה הגיעו התלמידים לזהותם

המתמטית ולחשיבות שהם ייחסו ללימודי המתמטיקה. יתרה מזאת, ההבדל העיקרי נמצא בין תפקיד המתמטיקה בזהות המיועדת של התלמידים העולים לעומת תפקידה בזהות המיועדת של התלמידים ילידי הארץ. בעוד העולים ראו בבירור את הצורך שלהם במתמטיקה בעתיד, כחלק מהיותם "בני תרבות", ילידי הארץ התייחסו אליה לכל היותר כמפתח להצלחה ברכישת מקצוע מבוקש או במסלולי לימוד אקדמיים מבוקשים. בהתאם לכך, מטרתה של למידת המתמטיקה הייתה שונה בין הקבוצות. בעוד התלמידים העולים התרכזו בניסיון להבין ולשחזר הוכחות שנלמדו בכתה, התלמידים ילדי הארץ הסתפקו בפתרון תרגילים ללא ניסיון להבין את העקרונות המתמטיים העומדים מאחוריהם.

Heyd-Metzuyanim (2011) חקרה את הגדרת הזהות כסיפור בסיטואציות שונות: היא ניתחה את האופן בו תלמידים מספרים את זהותם **במהלך הלמידה עצמה** (ולא רק בראיונות שלאחר מעשה). במחקרה מוצעת חלוקה חדשה של פעילות התלמידים בכתה לשתי קטגוריות: 'עשייה מתמטית' (mathematizition), המוגדרת כתקשורת על *עצמים מתמטיים* (כמו מספרים או פונקציות מתמטיות) וסובייקטיפיקציה' (subjectification) המוגדרת כתקשורת על *המשתתפים בשיח*. מתוך אמירות סובייקטיפיקציה נדלו אמירות זהות על ידי סיווג על-פי רמות סובייקטיפיקציה.

הרמה הראשונה היא הרמה המסוימת (specific), כלומר דיבור על אדם באופן פרטני, או דיבור על פעולה מסוימת של אדם. לדוגמא, "שכחתי לעשות זאת" או "אני יודעת לפתור את התרגיל הזה". הרמה השנייה, המעט כוללנית יותר, מדברת על פעולות שאנשים מבצעים בשגרה, לדוגמא: "בדרך כלל אני לא מצליחה תרגילים עם שברים". לבסוף, הרמה השלישית והגבוהה ביותר, מתייחסת לאדם ולתכונותיו הקבועות לדוגמא "המוח שלי עובד לאט", "היא גאון". בעזרת הבחנות אלו ערכה Heyd-Metzuyanim טבלאות זיהוי עבור תלמידים בעלי רמות הישגים שונות במתמטיקה. למשל, טבלת זיהוי (identification) שכזו נבנתה עבור תלמידה בשם דנה, שהציגה הישגים נמוכים במיוחד בבית הספר והשתתפה בקורס בן חמישה חודשים בקבוצה קטנה אשר תכנית הלימודים בו הותאמה לרמת הישגיה. במהלך הקורס, לא רק שלא צומצם הפער בין הישגיה של דנה לאלו המצופים ממנה, אלא שהוא אף גדל. מתוך בחינה מדוקדקת של אינטראקציות בינה ובין דנה, הגיעה החוקרת למסקנה כי קשייה של דנה נבנו במשותף (co-constructed) על ידי דנה ועל ידי המורה (החוקרת). הבנייה משותפת זו התרחשה כאשר דנה מצדה ביקשה כל העת עזרה, אישור והוראות "טכניות" למהלכי פתרון, ואילו המורה סיפקה את כל אלו מתוך מחשבה שדנה איננה מסוגלת להשתתף בשיח חקירתי. מבחינת האינטראקציות הללו נמצא כי זהותה של דנה כ"מתקשה מאוד" נבנתה אצל

המורה במהירות רבה, מתוך האינטראקציות הראשונות שהתחוללו בינה ובין דנה, וניזונה בעיקר מהסטיות שדנה ביצעה מכללי שיח מקובלים. במיוחד, הייתה השפעה הרסנית לסטיות מכללי **הזיהוי.** כך למשל, כאשר דנה זיהתה את עצמה כ"מבינה", למרות שמתמטית היא סיפקה תשובה שרחוקה מאוד מהמקובל, המורה זיהתה את דנה באופן מידיי כמי ש"אין לה מושג" במתמטיקה. המקרה של דנה מצביע על חשיבות האינטראקציות בין המורה לתלמידה. באופן דומה, אם כי בקצה השני של סקלת הזהות המתמטית, ייתכן שלמידת מחוננים מתבצעת תוך כדי "הבנייה משותפת" של התלמידה ושל המורה את זהות ה"מחוננת" וכי היא מאפשרת סוגי למידה המועילים במיוחד לתלמידה.

זהות והשתתפות, הם מושגים מרכזיים בתיאוריה הסוציו-תרבותית (Lave & Wenger, 1991; Sfard & Prusak, 2005; Wenger, 1998). על פי גישה זו, הלמידה נעשית דרך ההשתתפות בקהילת העשייה. מחקרים קודמים הראו כי תלמידה תלמד בצורה טובה ואיכותית יותר אם הזהות שלה תוכל לבוא לידי ביטוי בעשייה של הקהילה, וכן להפך, הלמידה משנה את זהותה של התלמידה ומאפשרת הרחבת אופקים (Boaler & Greeno, 2000; Lave &Wenger, 1991). Lave & Wenger חקרו בעזרת מושג קהילות עשיה (communities of practice) תהליכי למידה תוך כדי השתתפות, כלומר כיצד תלמידים טירונים הופכים לחברים משמעותיים בארגון (1991). הם בחנו את התהליך בו התלמיד הופך ממשתתף פריפריאלי למומחה, וטענו כי למידה היא מרכזית בזהות האנושית (Lave & Wenger, 1991, p. 29).

יש החוקרים תהליכי הבניית זהות כמשא ומתן על זהויות (identity negotiation) המתפתח במהלך תהליך למידה חברתי תוך כדי התנסות אישית (Ethier & Deaux, 1994). הרעיון של משא ומתן על זהויות התפתח על ידי גופמן (Goffman, 1961) שבחן הנחות עבודה וקונצנזוס המוסכם על ידי השותפים בארגון במהלך האינטראקציות החברתיות. ישנן זהויות המוגדרות על ידי תחומי עניין משותפים כפי שכותב Wenger:

It [community of practice] has an identity defined by a shared domain of interest. Membership therefore implies a commitment to the domain, and therefore a shared competence that distinguishes members from other people. (Wenger, 2011, p. 1)

מכיוון שעבודה זו מתמקדת במחנה מתמטי, יש צורך לבחון את הלמידה וההוראה בקרב מחוננים במתמטיקה. לנושא זה אתייחס בסעיף הבא.

2.5 למידה והוראה של תלמידים מחוננים במתמטיקה

בטרם אחל בסקירת הספרות על תלמידים מחוננים, אתעכב קצרות על המושג הגלום בכותרת הסעיף הנוכחי בפרט ובכותרת המחקר בכלל, והוא מושג ה'מחוננות'. מושג זה שנוי במחלוקת ואסכולות שונות מגדירות אותו בצורה שונה (Gardner, 1993; Sternberg & Wagner, 1993; Terman, 1954). עיקרו של המושג מחוננות (בעיקר המתמטית), כמו גם של מושג מנת המשכל (IQ) הוא בכך שהוא מהווה סוג של ניבוי ליכולות אקדמיות בעתיד (Von Stumm et al, 2011). חוקרים ומחנכים רבים התעניינו בשאלה מהם התלמידים בעלי הסיכוי הרב ביותר להצליח (אקדמית בכלל ומתמטית בפרט), מפני שלתפיסתם, הם אלו בהם יהיה כדאי ביותר להשקיע, כלומר להקצות להם משאבי הוראה מיוחדים.

לפיכך, ראשית המחקר על מחוננים התמקד בהגדרת מחוננות ובהבדלים קוגניטיביים בין מחוננים לתלמידים שאינם מוגדרים ככאלה. ההגדרות הראשוניות של מחוננות היו הגדרות חד-ממדיות המגדירות מחוננות כרמת משכל גבוהה (Terman, 1954). למשל, Terman (1954) ביצע מחקר אורך רב שנתי על תלמידים בעלי IQ גבוה (IQ>130), והראה שקיימת קורלציה בין הצלחה במבחני אינטליגנציה בגיל צעיר לבין הישגים אינטלקטואלים בגיל מבוגר. לכן מבחינתו, הצלחה במבחני אינטליגנציה היוותה קריטריון למחוננות. ראוי לציין שלאחר ניתוח נתונים נוסף, Terman הראה כי קיימים פרמטרים נוספים המבדילים בין תת-קבוצות בתוך קבוצת בעלי ה-IQ הגבוה, הקשורים בהיבטים רגשיים וחברתיים של הנחקרים, כגון מעורבות חברתית (Terman, 1981). מחקרים בנושא התפתחות מחוננים הראו שלא כל מי שאותרו כמחוננים בצעירותם הפכו ל"מוצלחים" כשבגרו, ולהפך, בוגרים מוצלחים לא בהכרח אותרו כמחוננים בילדותם (Alvino, 1981). היו שסברו שבכדי לנבא הצלחה אינטלקטואלית יוצאת דופן החלו חוקרי מחוננות להתייחס גם להיבטים רגשיים וחברתיים, כגון מוטיבציה והתמדה (Gagné, 1999; Gardner, 1999; McLeod, 1992).

בניגוד לחוקרים המניחים מחוננות כתוית המשוייכת לאדם, ולא לפעילות, גישתו של Renzulli מתמקדת ב"התנהגות מחוננת" (gifted behavior) ולא במחוננות כנתון, ומוותרת על הוודאות שבהגדרת "תלמיד מחונן" בראשית לימודיו בבית הספר. גישה זו מציעה למקד את המחקר

ב"התנהגות מחוננת" של תלמידים בזמנים ובמקומות מסוימים. בנוסף, היא מנסה להבין כיצד ומתי מתרחשת "התנהגות מחוננת" על ידי מודל המכונה "מודל שלוש הטבעות" (Three Rings Model) המשלב שלושה גורמים: יכולת מעל לממוצע (כפי שנקבעת על ידי ציונים במבחנים סטנדרטיים), מחויבות למשימה, ויצירתיות.

האינטראקציה בין שלוש התכונות הוכחו במחקריו כמרכיב הכרחי להישג יצירתי-פרודוקטיבי (Renzulli, 1984). אם כן, היבטים רגשיים וחברתיים מתווספים לעיתים כמרכיב בתוך הגדרת המחוננות וכך תווית המחוננות עלולה לטפח ולייצר מצבים חברתיים רגשיים שונים, כגון מערכת ציפיות ולחצים מהסביבה. על כן במסגרות למחוננים חשוב להבין מהם הערכים העומדים בבסיס התרבות.

2.5.1 מחוננות מתמטית

עד כה סקרתי מחוננות אינטלקטואלית כללית, שכן מרבית המחקרים העוסקים בהיבטים רגשיים וחברתיים של תלמידים בעלי הישגים יוצאי דופן עסקו בכך תחת הכותרת של מחוננות בכלל ולאו דווקא מחוננות מתמטית. ואולם, חוקרים מסוימים שמו לב כי ההיבטים המנבאים הצלחה יוצאת דופן במתמטיקה אינם זהים דווקא לאלו המנבאים הצלחה אינטלקטואלית כללית (Krutetskiĭ,et al, 1976; Leikin & Lev, 2013). Leikin ועמיתיה (Leikin et al., 2013) מבחינים בין מחוננות כללית למחוננות מתמטית דרך בחינה של פתרון בעיות מתמטיות עם דגש על שטף וגמישות[9] [10].

פתירת בעיות ברמה מתמטית גבוהה משמשת לעיתים תכופות כאבחנה של מחוננים מתמטית, כמו למשל באולימפיאדות במתמטיקה. מצד שני, המורים מעריכים את המחוננים מתמטית, לדעתם, אם יש לתלמידים הישגים גבוהים במתמטיקה בכיתות הרגילות (Sriraman, 2005). Krutetskii (1976) מציע לעקוב אחר תהליכי חשיבה של תלמידים בזמן פתרון בעיות על מנת לזהות מחוננות במתמטיקה. באופן דומה, Leikin, Koichu & Berman (2009) מציגים מודל המקשר בין מחוננות ופתרון בעיות. כלומר, לדעתם אופן עשיית המתמטיקה היא המגדירה את המחוננות המתמטית.

[9] מחקרים נוספים הראו כי קיים הבדל בין מחוננות כללית למחוננות מתמטית ותלמידים לא מחוננים בעזרת מחקרים ממדעי המוח והראו פעילות מוחית שונה בעת פתרון בעיות (Leikin et al., 2013).
[10] המושגים של שטף וגמישות לקוחים מחקר היצירתיות. שטף (Fluency) הוא זרימה של רעיונות הבאה לידי ביטוי במספר הרעיונות האפשריים. גמישות (Flexibility) מתאר את האפשרות לעבור בין רעיונות ולפתור את הבעיה במספר דרכים (Torrance, 1974).

מכל הנסקר לעיל, נראה כי מחוננות מתמטית היא מושג חמקמק. אין דרך מוסכמת אחת לאבחן אותה ולא קיימת הגדרה ברורה מה היא מחוננות מתמטית. למרות שבמחקר מתמטי קיימת הסכמה כי אדם שהצליח לגלות או להוכיח דבר מה שלא הוכח קודם, הרי הוא מחונן (Sriraman, 2005), בבתי הספר בכלל ובגילאי התיכון בפרט, לא מצופה שתלמידים יוכיחו דבר חדש. אחת המטרות של השכלה מתמטית היא להכשיר תלמידים שיהיו מתמטיקאים בעתיד. חוקרים רבים מסכימים על כך שהתפתחות כישורים מתמטיים כרוכה במגוון רחב של מיומנויות קוגניטיביות כלליות, כמו תפיסה מרחבית, יכולת ויזואלית-מרחבית, קשב וזיכרון (Bull & Scerif, 2001; Meyer et al, 2010) המאפשרות הבנה וביצוע פעולות מתמטיות שונות. יש המגדירים מחוננות מתמטית במונחים של כישורים הבאים לידי ביטוי בפתרון בעיות מורכבות (Koshy, Ernest, & Casey, 2009; Sriraman, 2005; Wieczer-Kowski, Croplay, & Prado, 2000), כאשר נקודות החוזק של מחוננים מתמטית באות לידי ביטוי בגישתם לפתרון בעיות וביכולת ההפשטה שלהם.

כלומר ההערכה של תלמידים כמחוננים מתמטית אינה בעלת כללים ברורים אך עומדת בבסיסה ערכים כגון הכללה והפשטה ויצירתיות. על כן, יש לבחון אילו ערכים נמצאים במסגרות לימוד למחוננים והאם מוסדות אלו פועלים על מנת להכווין את התלמידים השוהים בהם אל הערכים העומדים בבסיס הגדרת המחוננות או שמא רק מחפשים לאתר ערכים אלו ולא לפתח אותם. בסעיף הבא אסקור את הידוע על תוכניות מסוג זה.

2.5.2 מסגרות לימוד למחוננים

תכניות ומסגרות מגוונות מקדמות ומטפחות תלמידים מחוננים (Gardner, 1993, 1999; Koichu & Andžans, 2009; R. Leikin et al., 2009; Rinn, 2006). תכניות אלו יזומות ולעיתים אף מסובסדות על ידי מוסדות המעוניינים להכין את עתודת החוקרים ואנשי התעשייה של דור העתיד.

תכניות העשרה וטיפוח מתבססות ברובן על שלוש גישות: האצה (למשל, הקפצת כיתה), העשרה (בעיקר ע"י פעילות חוץ כיתתית) והקבצה (קבוצת לימוד של מחוננים בני אותו גיל הפועלת ככיתת לימוד לכל דבר) (זיו, 1998). בשל מוקד המחקר הנוכחי, בסקירה זו אתרכז בפעילויות העשרה למחוננים ואתמקד בפעילויות מתמטיות.

הפעילויות הראשונות המתועדות בספרות שיועדו במיוחד עבור תלמידים מחוננים מתמטית הן תחרויות מתמטיות לתלמידי תיכון (Wieschenberg, 1990). תוכניות אלו היוו אבן דרך עבור מתמטיקאים צעירים שונים ומשכו אותם ללימודי המתמטיקה. לאחר מכן, התפתחו מחנות

מתמטיים (mathematical camps) ותוכניות קיץ לתלמידים מחוננים. תוכניות אלו שמשו לעיתים כמסגרת הכנה לתחרויות מתמטיות או ללימוד נושאים חדשים (Koichu & Andžans, 2009; Singer et. al, 2016). מלבד זאת, תוכניות מתמטיות כאלה מהוות פלטפורמה מקשרת בין תלמידים צעירים החולקים תחומי דעת דומים ומאפשרות יצירת חברויות ושיתופי פעולה בין התלמידים גם לאחר התוכנית (שם).

בנוסף קיימות תוכניות העשרה למחוננים במתמטיקה המופעלות על ידי האוניברסיטאות או על ידי האגף למחוננים במשרד החינוך (אתר משרד החינוך, האגף למחוננים, Gelberg et al, 2010, Namakshi, 2016). תוכניות אלו מופעלות מחוץ לשעות הלימודים, ומהוות הזדמנות להיחשף לידע חדש או להעמיק בנושאים שונים במתמטיקה.

מחקרים הבוחנים היבטים רגשיים של תכניות קיץ למחוננים הראו כי מחנות וימי מחוננים חושפים את התלמידים לאתגרים אינטלקטואלים ומעלים את ביטחונם העצמי (Kolloff & Moore, 1989; Rinn, et al. 2011). Berman, Goldberg, & Koichu (2005) חקרו את מחנה סייטק (scitech) שבו תלמידים מצטיינים בגילאי י״א-י״ב מרחבי העולם מגיעים לטכניון ומבצעים פרויקט מחקר יחד עם חברי סגל בפקולטות שונות. במחקרם הם ניתחו חמישה פרויקטים שהתנהלו במהלך השנים 2000-2004 בפקולטה למתמטיקה. ממצאיהם העלו כי מחנה סייטק סיפק לתלמידים אפשרויות למידה וחשיפה לתהליכים החשובים לחוקרים מתמטיים, כגון חיפוש ידע חסר, הבניית ידע חדש בצורה שתתאים לידע הקודם של הקהילה, והפצת הידע לשאר חברי הקהילה המתמטית.

Barab & Hay (2001) חקרו מחנה מחקר מדעי, Science Apprenticeship Camp (SAC), הדומה לסייטק במבנהו, המתקיים בארצות הברית ומיועד לתלמידי חטיבת ביניים. מחקרם, אשר בחן את המחנה מבעד לעדשה הסוציו-תרבותית, אפיין את הלמידה שהתרחשה בו כלמידה שולייתית. במסגרת המחנה, בו התלמידים התנסו ב״עשיית מדע״ (doing science) כדרך ללמידה, ועבדו במעבדות עם מומחה שחנך אותם. נמצא כי במהלך המחנה התפתחה אצל רוב התלמידים יכולת תקשורת מדעית, והתפתחה שפה עשירה בה השתמשו התלמידים לנהל דיונים בנושאי מדע בתחומים אותם הם לומדים (Barab & Hay, 2001). מחקרן של Barab & Hay (שם), הדגיש את חשיבות מאפייני הלמידה ה״שולייתית״ והצביע על ההזדמנויות שמוסד הלימוד והקהילייה מספקים לתלמידים. מחקר זה מהווה סמן לפוטנציאל הגלום בהסתכלות על תכניות לטיפוח מחוננים במתמטיקה מבעד לעדשה סוציו-תרבותית.

Namakshi (2016) חקרה מחנה מתמטי בשם Riverside Summer Math Camp, המיועד לתלמידות ותלמידים מרקע סוציו אקונומי נמוך בעלי הישגים גבוהים במתמטיקה, על מנת לבחון את השפעת התוכנית על הזהות המתמטית של תלמידיה וכיצד תוכנית קיץ זו תורמת להון החברתי של תלמידיה. בפרט, המטרה היתה לבחון כיצד השתתפות במחנה קיץ תורם לעליה של השתתפות נשים במקצועות טכנולוגיים ומדעיים. היא עקבה אחר ארבע תלמידות לפני ובמהלך המחנה. ממצאי המחקר הראו כי המשתתפות פיתחו הבנה רחבה והוליסטית של תחום המתמטיקה, ופתחו את הזהות העצמית כלומדות מתמטיקה. שלוש מהמשתתפות יכלו להתעמת עם סטריאוטיפיים שהחזיקו בעבר על גזע ומגדר. עוד נמצא במחקרה כי ההיבטים החברתיים, הקהילה ותוכנית מנטורים שהופעלה במחנה תרמה מאוד לזהות המתמטית וללמידה של התלמידות.

אם נאמץ את הגישה הרואה למידה כהשתתפות בקהילה, ראוי לבחון את אופיים של מוסדות הלימוד בהן מתבצעת הלמידה שבאמצעותה מתבצעת החניכה לתוך קהיליית שיח מסוימת. בסעיף זה אסקור מושגים מתחום חקר ארגונים אשר יסייעו לי בהמשך בחקר יחסי הגומלין בין המוסד והלמידה המתרחשת בו.

2.5.3 חקר ארגונים

ארגונים רבים נחקרים על ידי סוציולוגים, פסיכולוגים ואנתרופולוגים. בפרק זה אציג שתי גישות לחקר ארגונים בהן השתמשתי במחקר. הגישה שתוארה בסעיף **Error! Reference source not found.** היא גישת למידה כהשתתפות בקהילה, המתמקדת בתהליך הלמידה כתהליך חברתי המתרחש בקהילה. גישה נוספת היא חקר ארגונים כוללניים (Goffman, 1961). ארגון כוללני הוא ארגון בו השוהים מעבירים את כל פעילויות החיים העיקריות (עבודה או לימודים, לינה ואכילה) במרחב גאוגרפי אחד. בארגונים אלו נחקרה העברתה של הזהות מהממד האינדיבידואלי אל מרחב כללי (Goffman, 1961). הגישה בה התמקדתי במחקר זה הינה גישה של חקר תרבות ארגונית, שתתואר בסעיף הבא.

2.5.3.1 תרבות ארגונית

תרבות ארגונית הוא מושג רחב. במסגרת זו אאמץ את הגדרתו של Schein:

I define culture as the sum total of everything an organization has learned in its history [first] in dealing with the external problems, which would be goals, strategy, how we do things, and [second in] how it organizes itself internally, which is how we're going to relate to each other, what kind of hierarchy exists (Schein, 2010).

אם כן, על פי Schein, תרבות ארגונית מכילה את התשתית הערכית וההתנהגותית המאגדת סביבה את חברי הארגון, ומנחה את התנהגותם כיחידים וכקבוצה, כלפי פנים וכלפי חוץ, באופן התורם לסביבה הייחודית של הארגון (Schein, 2010). מושג זה חיוני לא רק בבואנו לבחון את המכנה המשותף של חברי הארגון, אלא גם בבואנו לבדל אותם מאלו שאינם חברים בו. ניתן להמשיל את התרבות הארגונית למערכת החיסונית שלו, אשר כמו באורגניזם החי יודעת להבדיל בין רכיבים מועילים ומזיקים על ידי הבחנה בין גופים בעלי תפקיד מערכתי לבין גופים זרים (Watkins, 2013). בהתאם לכך, תרבות ארגונית מהווה נדבך מרכזי במחקר זה בבואי לבחון את תהליך החיברות של המחוננים במחנה, דהיינו תהליך הפיכתם לחברים בקהילת המתמטיקה האקדמית.

מקורות המחקר של התרבות הארגונית רחוקים מלהיות נעוצים במטרות חינוכיות. בראשיתו נגזר המחקר על תרבות ארגונית ממדעי הניהול, ועקב כך התמקד בעיקר בתאגידים. מטרת ענף זה הייתה לבחון את מידת ההצלחה של ארגוניים עסקיים ושיפור תפקודם. עם הזמן, התפתח המחקר אל מעבר למוסדות שמטרתם רווח כספי, ונמצאו לו יישומים בבנייה מיטבית של קהילות ומוסדות מסוגים שונים כגון ארגוני צדקה, משרדי ממשלה ומערכות בריאות (לדוגמא, Scott et al, 2003).

בשנים האחרונות, התרבות הארגונית נמצאה כבעלת ערך בניתוח ובשיפור התפקוד גם של מוסדות חינוך, והיא נחקרה במסגרות מגוונות, בין השאר על מנת לאפיין תהליכים ארגוניים של בתי ספר אלטרנטיביים מבוססי פרויקטים (לירז, 2014), על מנת לנתח מרכיבים של תרבות אוניברסיטאית המעודדים יצירתיות בקרב תלמידים ומורים (Zhu & Engels, 2014), ובכדי לבנות סולם מחויבות של תפקיד מחנך כתה (נוטוב, 2011).

בעוד שחקר התרבות הארגונית מהווה כר פורה בבואנו לבחון מערכות חינוך ככלל, הפוטנציאל גדול עוד יותר כאשר מושא המחקר הינו ארגון כוללני (Goffman, 1961). בהשוואה לבתי ספר שגרתיים, המסגרת של פנימיות ומחנות לימוד מערבת יותר תחומי חיים ולאורך יותר שעות ביממה, וכתוצאה מכך, ייתכן שהטמעת התרבות הארגונית במסגרת זאת הינה אינטנסיבית, מקיפה ומזורזת יותר. זוהי סיבה נוספת ליישום המושג של תרבות ארגונית במחקר הנוכחי.

יחד עם זאת, יישום זה אינו ישיר ומובן מאליו. תרבות ארגונית בעצמה היא דינמית, מרובת פנים ומופשטת, ולכן דרוש מודל על פיו ניתן לחלץ את התכונות של תרבות זאת מארגון כגון מחנה קיץ. מודל התרבות הארגונית של Schein (2010) הינו מודל המסווג את המאפיינים השונים של תרבות ארגונית באופן היררכי. יתרונו בכך שהוא מובנה ומוגדר, ובכך הוא מספק תנאים לסיווג הממצאים, פירוש ואיחודם לכדי מסקנות עקביות. על כן מודל זה שמש אותי בבואי לחקור את התרבות הארגונית של המחנה.

מודל התרבות הארגונית של *Schein*

המודל כולל שלושה רבדים: הרובד העליון מבוסס על תוצרים וסממנים (artifacts and behaviors), המהווים את הפן הפיזי וההתנהגותי של התרבות הארגונית. רובד זה הוא למעשה קצה הקרחון, חלקה הגלוי של התרבות, והרבדים שתחתיו הופכים בהדרגה לנסתרים מהעין, קוגניטיביים ומופשטים יותר. הרובד האמצעי של הפירמידה כולל את הערכים[11] המוצהרים של הארגון. מתחת לרובד זה, בבסיס המודל, נמצאים הערכים הסמויים, שהם ערכים שהתמסדו והפכו מובנים מאליהם. ככאלו, הערכים הסמויים[12] מתארים את הרמה המושרשת ביותר בהיררכיית המודל (איור 3).

איור 3: מודל רבדי התרבות

Figure 3: Layers of Organizational Culture Model

---

[11] למילה ערך יש פרושים רבים, במיוחד במתמטיקה, בה למילה ערך יש גם שימוש מתמטי. השימוש במילה ערך במסגרת עבודה זו מתקשר להבט הסוציולוגי המטא דיסקורסיבי של המילה ולא לפירוש המתמטי.

[12] לעיתים מתרגמים מושג זה להנחות יסוד, במקור באנגלית basic assumptions, הכוונה בסמויים יכולה להתפרש בשתי גישות, האחת, סמויים מהשיח הגלוי, כלומר, חברי הארגון מודעים להם, אך לא מרגישים צורך לדבר עליהם כמו שאינם מרגישים צורך לדבר על כך שהשמש זורחת, ושנית, כאלה שחברי הארגון לא מודעים אליהם, אך ברור להם כי כך יש לנהוג.

תוצרים

תוצרים (artifacts)[13], או סממנים, הינם הפן הגלוי של ארגון. הם כוללים סמלים כגון ארכיטקטורה ומבנה ארגוני, טקסים, קוד לבוש, קוד דיבור (שיח) והומור. תוצרים אלו הם תעודת הזהות של התרבות הארגונית, וניתן בעזרתם לאמת את השתייכות החברים. כלומר, התוצרים משקפים את תהליך החיברות אל תוך הארגון. בפרק הממצאים אסווג לרובד זה את אופן הלימוד במחנה, את תוכן ישיבות הצוות, את הזהויות, הטקסים ואת הומור המתמטי. בחקר רובד התוצרים של הארגון במחקר המוצג כאן, נותחו השיח הגלוי וחומרי הפרסום.

ערכים מוצהרים

רובד זה הינו מוכלל ומופשט יותר מרובד התוצרים, ונכללות בו נורמות מפורשות, הצהרות לגבי מטרות הארגון, ודרכי ההתנהגות הרצויות בו (Schein, 2010). כל אלו מתוארים על ידי Schein כערכים. ערכים אלו מאפשרים לבחון אילו תפישות חשובות בארגון, וכן כיצד הפרט בארגון מפרש את ההתנהלות שהוא מעודד, מאפשר או מרשה (Jutras, 2007).

לעיתים הערכים המוצהרים מנוגדים למה שנראה בשטח כפי שמתאר Schein:

Beliefs and values at this conscious level will predict much of the behavior that can be observed at the artifacts level. But if those beliefs and values are not based on prior learning, they may also reflect only what Argyris and Schön (1978) have called “espoused theories,” which predict well enough what people will say in a variety of situations but which may be out of line with what they will actually do in situations in which those beliefs and values should, in fact, be operating. Thus, a company may say that it values people and that it has high quality standards for its products, but its record in that regard may contradict what it say (p. 30).

כלומר, מעבר לערכים המוצהרים יש רמה נוספת של ערכים סמויים שנמצאים בבסיס התרבות של הארגון או הקהילה.

---

[13] תוצרים הוא התרגום המקובל ל artifacts בעברית כשדנים בתרבות ארגונית, אך יש שיתרגמו רובד זה לסממנים. כך או כך, המונח מתאר את תוצרי התרבות ולא רק תוצרים פיזיים מוחשיים (השימוש הנפוץ למילה תוצר). תוצרים אלו כוללים שיח, קוד לבוש וכדומה, שאינם תוצרים במשמעות היום יומית שבה משתמשים במילה זו.

ערכים סמויים

Schein טוען כי על מנת לממש את מטרות הארגון, על חבריו לפתח שפה משותפת ועקרונות מנחים (2010). בעוד שעקרונות אלה נובעים בדרך כלל מערכים סמויים, אבסטרקטיים, ולכן קשים לזיהוי. הערכים הסמויים על פי רוב מתארים קונצנזוס יציב ומושרש (Schein, 2010). על פי Schein ניתן לראות את הערכים הסמויים כאמונות, לרב בלתי מודעות, המשותפות לעובדי הארגון, והנוגעות לטבעה של מערכת היחסים בין הארגון לחבריו, ובין פרט לפרט בו. במוסדות רבים ערכים סמויים אלו אלו אינם נאמרים באופן מסודר ויש לדלות אותן מתוך שיח לא פורמאלי, ראיונות, ואפיזודות המתרחשות בארגון.

לסיכום, תרבות ארגונית היא מה שנלמד בארגון כתוצאה מהתמודדות עם בעיות מבפנים ומחוץ, והיא מיועדת לשקף את אופן הפעולה המיטבי של הקהילה ושל פרטיה (Schein, 2010). ככזאת, התרבות הארגונית נתפסת כחיונית על ידי חברי הקהילה, והם מצפים מחברים חדשים להפנימה וליישמה. התאמתם של האחרונים לארגון תימדד בין השאר על פי יכולתם ללמוד את הכללים. לאור זאת, ניתן להתייחס למחנה תומבה כאל ארגון המייצג את קהילת המתמטיקה האקדמית, ולהתייחס לתהליך החיברות של התלמידים כאל מקרה בו החברים הטריים של המחנה שואפים להתקבל לקהילה זו .שימוש כזה במסגרת של Schein מאפשר לבחון את תהליך ההפיכה של תלמיד ממשתתף פריפריאלי למשתתף מרכזי בקהילה (Lave & Wenger, 1991). כיוון שבקהילת תומבה תהליך זה מתרחש על ידי למידת מתמטיקה, השיח שנבחן גם הוא מתמטי, ולכן באה לידי שימוש הגישה הקומוגניטיבית (Sfard, 2008) יותר מכך, הגישה הקומוגניטיבית מאפשרת גם לבחון את זהות התלמידים, וכיצד זהות זו קשורה בערכים של המחנה.

2.5.4 ערכים בעשית מתמטיקה

ספרות על ערכים ומתמטיקה התפתחה בשנות התשעים של המאה הקודמת. במאמרים על ערכים ונורמות מתמטיות תוארו סוגים שונים של נורמות וערכים בכיתות המתמטיקה (Bishop, 2008; Yackel & Cobb, 1996). ערכים דורשים הסכמה, ומשפיעים על פעולות האנשים על ידי הידיעה של מה שמרגיש להם נכון לסיטואציה.

Polya (2014) טען כי אומץ אינטלקטואלי וצניעות הם ערכים (moral qualities) הדרושים על מנת ללמוד מתמטיקה. ביתר פרוט, לדעתו על מנת להיות מתמטיקאי יש צורך בגישה אמיצה להעלות השערות, להוכיחן או להפריכן, וכן, יש צורך בצניעות, על מנת לאפשר להמשיך ולהכליל טענות קיימות ומקרים פרטיים (Polya, 2014). Lampert (1990) הוסיפה על ערכים אלו את הביקורתיות.

במהלך סקר בפקולטה למתמטיקה (Schoenfeld & Herrmann, 1982) מתוך המשיבים בקורסי "פתרון בעיות" נבחנו מטרות הקורס, שכללולאמן את הסטודנטים "לחשוב באופן יצירתי" ולפתח את יכולות פתירת בעיות שלהם, בדרך כלל בעזרת אסטרטגיות יורסטיות, להכין את הסטודנטים לבעיות ברמת אולימפיאדה (לאומית או בין לאומית) ולפתח כישורים של חשיבה ביקורתית והסקה אנליטית. מתוך מטרות אלו ניתן לגזור ערכים כגון יצירתיות, וביקורתיות.

Schoenfeld (1992) טען כי עבור מתמטיקאים, במיוחד אלו הפעילים במחקר, מתמטיקה יכולה להתפרש כמשחק ניחושים, בו צריך לנחש משפט מתמטי לפני ההוכחה שלו, ולנחש את הרעיון להוכחה לפני שאכן בודקים שרעיון זה עובד (Schoenfeld, 1992), הניחושים עליהם מדבר Schoenfeld יכולים להתקשר לערך של הכללה והרחבה.

2.5.5 קישור בין המסגרת המושגית של תרבות ארגונית לבין התאוריה הקומוגניטיבית

כפי שאראה להלן, המושג "ערך" הנו חמקמק והגדרותיו רבות. על מנת לקשר בין התאוריה הקומוגניטיבית לתאוריה של התרבות הארגונית, יש צורך בהמשגה של מושג הערך.

מהו ערך?

רבים החוקרים שניסו להגדיר את המושג ערך. אלוני (2003) מציג את הפירוש לערך כ"סוג של רעיונות או תכנים בתודעה אישית או קבוצתית שאנו מיחסים להם חשיבות כאמות מידה להערכה, לשיפוט או לפעולה". Kluckhohn (1962) הגדיר ערך כתפיסה גלויה או סמויה, ייחודית של אינדיבידואל או מאפיין של קבוצה, המשפיעה על הבחירה בין המצבים אפשריים, ופעולות שונות (p. 395). Raths ועמיתיה (1987) המשיגו ערך כמדריך כללי להתנהגות (p. 198). Bishop (2008) הגדיר ערכים כאיכות רגשית עמוקה אשר נמצאת באופן ייחודי בתוך תרבות מסוימת המקיפה את הרמות החברתיות, מוסדיות, פדגוגיות ואישיות.

רוטנשטרייך (1964), תיאר ערכים כעקרונות פעולה או נורמות התנהגות, כסוגים של תוכן המביאים להעדיף מעשה אחד על פני מעשה אחר, או פעולה אחת על פני פעולה אחרת (שם, 115). אעזר בהגדרתו של רוטנשטרייך כיוון שהיא תורמת לי במחקר בהיותה אופרציונלית. על פי הגדרה זו ניתן לומר כי ערך הוא מנגנון לקבלת החלטות, כאשר בהינתן סיטואציה מסוימת עדיף לעשות A מאשר B. לכן, הדרך בה מופיעים ערכים בשיח יעודדו לבחירה או פעולה מסוימת. כלומר, כאשר נמצא בשיח אמירות כגון "עדיף לעשות A מאשר לעשות B", או "אנו רוצים שתעשו A", או "היא עשתה A, היא מאוד טובה", נוכל לצרף את A לרשימת הערכים. ניתן למצא את הערכים המוצהרים בשיח

המוצהר בארגון וניתן לראות את הערכים הסמויים כנרטיבים, לרב בלתי מוצהרים, המקובלים על חברי הארגון והנוגעים לו משפיעים על בחירותיהם.

במחקר זה מופנה זרקור לעבר תחום שנחקר אך מעט עד היום, והוא האופן שבו מוסדות להכשרת תלמידים מחוננים מהווים גורם המאיץ או המאפשר את כניסתם של צעירים לקהילייה המתמטית האקדמית. נקודת מבט זו נעדרת כיום מהשדה המחקרי משום שרב המחקרים על חינוך למחוננים אינם משתמשים בעדשה הסוציו-תרבותית, ומפני שחסרה התבוננות בערכים שבעזרתם הקהילייה המתמטית מכשירה את עתודת המשתתפים שלה, על היבטיהם הקוגניטיביים, החברתיים והרגשיים. לצורך כך נסקרו גישות שונות לחקר הלמידה, תוך התמקדות בגישות סוציו תרבותיות, המתיחסות ללמידה כפעילות חברתית. בנוסף, תוארה הגישה הקומוגניטיבית ששמשה בבחינת הזהויות והלמידה במחנה. על מנת לבחון את התרבות והערכים של הקהילה נעזרתי במסגרת המושגית של Schein. לבסוף נעשתה אופרציונליזציה של מושג הערך כדי שיתאים למסגרת הקומוגניטיבית.לאחר סקירת הספרות והתאוריות שנעזרתי בהן במהלך העבודה אעבור למערך המחקר.

לסיכום סקירת הספרות, ניתן לראות כי מרבית הגישות ללימודי מחוננים במתמטיקה עד היום התרכזו בהיבטים הקוגניטיביים של למידת תלמידים אלו. מטבע הדברים, מחקרים אלו שמו מעט דגש על היבטים חברתיים ורגשיים של הלמידה. לאור הגישות הסוציו-תרבותיות ללמידה, אשר התפתחו בשנים האחרונות בכל הנוגע ללמידה בכלל, וללמידה של מתקשים בפרט, ראוי לבדוק האם העדשה הסוציו-תרבותית שופכת אור חדש גם על למידתם של תלמידים מחוננים. בפרט, ייתכן שלזהות ה"מחונן" עצמה, ישנה השפעה על תהליכי הלמידה. המחקר הנוכחי ישתמש בשילוב של שתי מסגרות תיאורטיות המתאימות לבחינת מחנה ל"מחוננים" מהעדשה הסוציו-תרבותית. האחת – המסגרת של Schein לחקר תרבות ארגונית והשניה – המסגרת הקומגוניטיבית לחקר ההשתתפות בשיח המתמטי.

לפיכך, מטרת המחקר היא לבחון את תרבות המחנה המתמטי בהקשר של הזהויות המתמטיות ודרכי הלמידה המטופחות בו. ממטרה זו נגזרו שאלות המחקר הבאות:

1. מהם הערכים המוצהרים והסמויים של המחנה?
2. אלו זהויות מיועדות מטופחות במחנה וכיצד הן מתקשרות לערכיו?
3. האם, ואם כן כיצד, משתקפים ערכי המחנה בדרכי ההשתתפות בלמידה של התלמידים?

כדי לענות על שאלות אלו אתאר בפרק הבא את מערך המחקר.

3 מערך המחקר

בפרק זה אסקור את מערך המחקר. בסעיף 3.1 תתואר סביבת המחקר ומשתתפיו. שיטת המחקר תתואר בסעיף 3.2, תהליך איסוף הנתונים והכלים השונים מתוארים בסעיף 3.3, ואופן ניתוח הנתונים מתואר בסעיף 3.4. התוקף והמהימנות מתוארים ב- 3.5. בסעיף 3.6 אתייחס לאתיקה במחקר.

3.1 סביבת המחקר ומשתתפיו

סביבת המחקר היא מחנה תומבה לנוער מחונן במתמטיקה הנערכת בטכניון. משתתפי המחקר הם תלמידים ותלמידות המשתתפים בתוכנית, הוגי התוכנית והמדריכים בה במהלך שלושת סבבי המחקר בשנים 2013-2015.

מחנה תומבה[14] הוא תכנית של הפקולטה למתמטיקה בטכניון המתקיימת מזה כעשר שנים. מטרת התוכנית היא לאתגר ולפתח את יכולותיהם של תלמידים בעלי הישגים גבוהים במתמטיקה, תוך כדי פעילות חברתית בקמפוס הטכניון ומחוצה לו, בכדי ליצור עתודה של סטודנטים מצטיינים למתמטיקה, מדעים וטכנולוגיה. המחנה נמשך שבועיים בתנאי פנימייה בקמפוס הטכניון ל- 20-25 תלמידים בגילאי 15-18 הנבחרים בקפידה על ידי המלצות וראיון אישי. נושא המחנה הוא תורת המספרים, תחום מתמטי הנמצא בחזית המחקר התאורטי אשר מבוסס על מושגי יסוד הנלמדים בבית הספר (כמו מספרים ראשוניים וחלוקה) ולא נצרך ידע מקדים רחב[15] ויחד עם זאת משתמשים בו רבות בתחומים נוספים, כמו מדעי המחשב. הלימוד במחנה מתמקד בלימוד תאורטי של התחום תוך קישור להיבטים במתמטיקה שימושית של התחום, כמו הצפנה. בין נושאי הלימוד במחנה ניתן למצא: מספרים ראשוניים, סימני חלוקה, מחלקות שקילות, המשפט היסודי של האריתמטיקה, נוסחאת איילר, אלגוריתם אוקלידס, ואלגוריתמי הצפנה.

לצורך החלק הלימודי של המחנה, התלמידים מחולקים לארבע או חמש קבוצות של 5-6 תלמידים כל אחת; בפעילויות החברתיות משתתפות כל הקבוצות יחד. לכל קבוצה יש מדריך או מדריכה מקצועית (בעלי ידע אקדמי מתמטי ברמת תואר ראשון או יותר) לפעילויות הלימודיות, המבוססות על גיליונות תרגילים הניתנים לתלמידים בתחילת כל יום. גיליונות התרגילים מדורגים לשאלות

[14] תומבה זהו מחנה מתמטי בטכניון, השם הוא קיצור של תורת המספרים בהצפנה.
[15] כך נאמר על ידי מרצה בטקס הסיום. בשונה מתחומים אחרים במתמטיקה כמו אנליזה או טופולוגיה, המצריכים קורסים רבים בטרם ניתן ללמוד אותם.

בסיס או שאלות משחק[16], שאלות חישוב ושאלות מתקדמות. צוות המחנה כולל אנשי סגל מהפקולטה למתמטיקה האחראים לתוכנית הלימודים ולהרצאות העשרה הניתנות במחנה.

צוות המחנה כולל גם שני מדריכים חברתיים, האחראים על הפעילות החברתית במחנה. הפעילות החברתית במחנה ענפה, וכוללת בריכה, ספורט, פעילויות גיבוש, טיול יום שישי בטבע, תחרויות בישול, הרצאות בסגנון TED[17], בהן תלמידים מרצים על נושאים שמעניינים אותם, ועוד. בנוסף, המדריכים החברתיים מלוות את התלמידים בארוחות, ולאורך כל ימי המחנה. לוח הזמנים של המחנה, כפי שהיה במהלך שנות המחקר, מתואר בטבלה 3.

טבלה 3: סדר יום במחנה תומבה

Table 3: Daily Camp Agenda

סוג הפעילות	משך הפעילות בשעות	אחראים על הפעילות
ארוחת בוקר	1/2 שעה	מדריכים חברתיים
הרצאת העשרה בנושא תורת המספרים	שעה	אנשי סגל מהפקולטה למתמטיקה או למדעי המחשב
שעות לימוד בקבוצות	3 שעות	מדריכים אקדמיים
הפסקת צהרים	שעתיים	מדריכים חברתיים
לימוד עצמי	שעה	תלמידים
לימוד בקבוצות, הצגת פתרונות	שעה	מדריכים אקדמיים
פעילות חברתית	3 שעות	מדריכים חברתיים

בשעות הלימוד, שחלקן יחידניות וחלקן התקיימו בקבוצות עם מדריכים, ההתקדמות התבססה על דפי שאלות יומיים שרמתם עולה באופן הדרגתי. ישנן שאלות בסיס, בהן העוסקות על פי רוב בהגדרות, שאלות חישוב, בהן נבחנים מושגים והגדרות בעזרת דוגמאות מספריות, ושאלות מתקדמות העושות שימוש במושגים שונים ומכלילות טענות הקשורות למושגים אלו, חלק מהתרגילים בשאלות המתקדמים הופיעו באולימפיאדות למתמטיקה. פעמיים בשבוע התרחש מפגש "הערכת עמיתים": פורום בו שתי קבוצות של תלמידים נפגשו ותלמידים הציגו בפני שאר התלמידים פתרון של שאלות שפתרו קודם לכן. תלמידים שפתרו בשיטות נוספות או בעלי הערות לפתרון הבעיה כפי שהוצגה על הלוח הביעו את דעתם. בסיום מחנה נערכו תחרות הצפנה חווייתית וטקס סיום בהשתתפות בני המשפחה של התלמידים, צוות המחנה, אנשי סגל מהפקודלטה למתמטיקה, ובראשם דיקן הפקולטה למתמטיקה. במהלך הטקס נאמו אנשי סגל מהפקולטה למתמטיקה, מדריכים הציגו

[16] כדוגמאת משחק נים, בו שאלה מוצגת כמשחק בין יריבים שהמטרה היא למצא אסטרטגיה לניצחון של אחד מהם.

[17] הרצאות בסגנון TED אלו הרצאות קצרות בנושאים שונים.

את המחנה וסכמו אותו, והטקס לווה בתוכנית אומנותית בה השתתפו תלמידי המחנה, ובה קטעי נגינה המקשרים בין הנאומים. בסופו של טקס זה ניתנו תעודות הצטיינות למספר תלמידים במחנה[18].

לאחר שתוארה סביבת המחקר באופן כללי, לשלושת שנות האיסוף יחדיו. בסעיפים הבאים אתאר בפרוט את משתתפי המחקר לפי שנות המחקר השונות ואת איסוף הנתונים מהמשתתפים בכל שנה ושנה.

3.1.1 משתתפי המחקר בשנת 2013

בשנת 2013 התחילו את המחנה 20 תלמידים (15 בנים, ו5 בנות) וסיימו אותו 19 תלמידים (14 בנים ו-4 בנות)(תלמידה אחת עזבה בסיום השבוע הראשון). תלמידים אלו התחלקו ל-4 קבוצות.

המדריכים האקדמים במחנה היו :

- תמי, מדריכה עם ניסיון של שנה במחנה במהלך לימודי תואר ראשון במסלול מתמטיקה פיזיקה, שימשה גם בתפקיד של מדריכה חברתית.
- יואב, מדריך ללא ניסיון במחנה, במהלך לימודי תואר שני במתמטיקה.
- מיכל, מדריכה עם ניסיון של שנה במחנה, בסיום תואר ראשון במתמטיקה ומדעי המחשב, ובתחילת תואר שני במחשבים.
- רחל (אני), מדריכה ללא ניסיון במחנה וחוקרת, לאחר תואר שני במתמטיקה ובתחילת דוקטורט בחינוך מתמטי.

בנוסף, מלבד תמי היתה מדריכה חברתית נוספת, חוה, סטודנטית בטכניון, בפקולטה לתעשיה וניהול ומתחרה בתחרויות דיבייט.

הצילום של השיעורים במחנה התמקד בכיתה של רחל, שם צולמו כל השיעורים (כ-40 שיעורים). מצלמה הוצבה בפינה האחורית של הכיתה, מופנית אל הלוח ואל התלמידות.

בנוסף, צולמו ארבעה מפגשי עמיתים בהם אוחדו כל פעם שתי קבוצות (לפי מדריכים : תמי – רחל, יואב – רחל, מיכל רחל, תמי– רחל). מפגשים אלו נערכו פעמיים בשבוע בזמן המחנה.

[18] בעקבות ממצאי המחקר הוחלט לוותר על חלק זה, ובמחנה 2016 לא ניתנו פרסים. הרחבה בנוגע לכך נמצאת בסוף פרק הדיון.

הקלטת הפעילויות החברתיות כללה הקלטת אודיו של ארוחות (17 פעמים), הפסקות (5 פעמים), ופעילות צילום במפגש חברתי (פעם אחת).

ב2013 נערכו ראיונות עם תלמידים כפי שמתואר בטבלה 4:

טבלה 4: המשתתפים שרואיינו בשנת 2013 (12-24/08).

Table 4: Students Interviewed in 2013

	שם	סימון	ראיון פתיחה	ראיון סיום	מתוך הקבוצה
1	יסמין	יסמין_13	12/08/2013	24/08/2013	רחל
2	נדב	נדב_13	12/08/2013	23/08/2013	תמי
3	תומר	תומר_13	13/08/2013	24/08/2013	יואב
4	מאיה	מאיה_13	-	24/08/2013	רחל
5	שיר	שיר_13	13/08/2013	24/08/2013	רחל
6	גל	גל_13	13/08/2013	-	תמי

בנוסף, הוקלטו ישיבות הצוות (ס"ה 10 ישיבות צוות) ונערכו ראיונות עם מדריכה חברתית ומדריך אקדמי.

בסך הכל איסוף הנתונים ממחנה 2013, כלל:

- 40 שיעורים של כיתה אחת.
- 4 שיעורים של מפגשי עמיתים.
- 10 ישיבות צוות
- 10 ראיונות עם 6 תלמידים.
- 2 ראיונות עם אנשי צוות.
- 22 הקלטות מפעילויות חברתיות.

3.1.2 משתתפי המחקר בשנת 2014

בשנת 2014 התחילו את המחנה 19 תלמידים (16 בנים, ו-3 בנות) וסיימו אותו 18 (15 בנים ו-3 בנות) (תלמיד אחד עזב בסיום השבוע הראשון). תלמידים אלו התחלקו ל-4 קבוצות במהלך החלק הלימודי במחנה.

המדריכים האקדמים במחנה:

- תמי, אותה המדריכה מ2013, שימשה גם בתפקיד של מדריכה חברתית.
- רבקה, מדריכה ללא ניסיון, בסיום לימודי תואר ראשון במסלול מתמטיקה עם מדעי המחשב במסגרת עתודה.

* מיכל, אותה המדריכה מ2013, במהלך תואר שני במחשבים.
* רחל (החוקרת).

בנוסף, היה בצוות מדריך חברתי בשם לירן - סטודנט בטכניון, בפקולטה להנדסת מכונות, שהשתתף בעבר באולימפיאדות במתמטיקה.

צילום השיעורים במחנה 2014 התמקד בשתי כיתות שונות (של רחל ושל תמי). בכל כיתה צולמו כל השיעורים (כ 40 שיעורים). מצלמה הוצבה בפינה האחורית של הכיתה, מופנית אל הלוח וותלמידים.

בנוסף, צולמו שישה מפגשי עמיתים בהם אוחדו כל פעם שתי קבוצות (לפי מדריכים: תמי – רחל, מיכל – רחל, רבקה - רחל, תמי - רחל, רבקה - תמי, רבקה- מיכל) מפגשים אלו נערכו פעמיים בשבוע בזמן המחנה.

הקלטת הפעילויות החברתיות כללה הקלטת אודיו של ארוחות (20 פעמים), הפסקות (15 פעמים), פעילות צילום במפגשים חברתיים (לדוגמא, במהלך נסיעה לקומזיץ בים) (5 פעמים).

נערכו ראיונות לתלמידים כפי שמתואר בטבלה 5:

טבלה 5: המשתתפים שרואיינו בשנת 2014 (10-22/08)

Table 5: Students Interviewed in 2014

	שם	סימון	ראיון פתיחה	ראיון סיום	מקבוצה
1	מירי	מירי_14	10/08/2014	21/08/2014	רחל
2	ברכה	ברכה_14	11/08/2014	21/08/2014	רחל
3	בן	בן_14	11/08/2014	-	תמי
4	יואל	יואל_14	12/08/2014	22/08/2014	רחל
5	לירון	לירון_14	10/08/2014	21/08/2014	רחל
6	אביאל	אביאל_14	11/08/2014	20/08/2014	רבקה
7	אביעד	אביעד_14	10/08/2014	20/08/2014	רבקה
8	אמיר	אמיר_14	-	20/08/2014	תמי
9	דן	דן_14	12/08/2014	-	רבקה
10	יאיר	יאיר_14	-	20/08/2014	תמי

הוקלטו ישיבות הצוות (ס"ה 10 ישיבות צוות) ונערכו ראיונות למדריך החברתי (לירן) ונערך ראיון עם רבקה, מדריכה אקדמית. נערך ראיון עם רכז המחנה.

בסך הכל איסוף הנתונים ממחנה 2014, כלל:

* 80 שעות של שיעורים משתי כיתות שונות.

- 6 שיעורים של מפגשי עמיתים.
- 10 ישיבות צוות.
- 16 ראיונות של 10 תלמידים.
- 3 ראיונות של אנשי צוות.
- 40 הקלטות מפעיליות חברתיות.

3.1.3 משתתפי המחקר בשנת 2015

בשנת 2015 התחילו את המחנה 20 תלמידים (17 בנים, ו-3 בנות) וסיימו אותו 18 (16 בנים ו-2 בנות)(תלמיד ותלמידה עזבו בסיום השבוע הראשון). תלמידים אלו התחלקו ל-4 קבוצות.

המדריכים של המחנה היו :

- תמי, אותה המדריכה מ2013 ו2014.
- אורי- מדריך ללא ניסיון של הדרכה במחנה, בסיום תואר במתמטיקה מחשבים ובתחילת תואר שני.
- יסמין, מדריכה שהיתה תלמידה במחנה בשנת 2013, במהלך לימודי תואר ראשון במתמטיקה פיזיקה.
- רחל, (החוקרת)

בנוסף, היה מדריך חברתי נוסף בשם אהוד, סטודנט בטכניון, בפקולטה להנדסה אזרחית.

בשנה זו היו שינויים בהרכב הקבוצות במהלך המחנה. בתחילת המחנה היו 4 קבוצות עם 5 תלמידים כל אחת, אך בשבוע השני של המחנה (לאחר פרישה של 2 מהתלמידים) הקבוצות אורגנו מחדש ל3 קבוצות של ששה תלמידים כל אחת. לאחר הארגון מחדש של הכיתות תפקדתי יותר כחוקרת, ולא כמדריכה, אך עם זאת השתתפתי מדי פעם כמדריכה נוספת בקבוצה של אורי.

הצילום של השיעורים במחנה התמקד בשלוש כיתות שונות (בתחילת המחנה בכיתות של אורי, תמי ורחל, ולאחר הארגון מחדש בכיתות של אורי, תמי ויסמין). בכיתה של אורי צולמו 40 שיעורים, בכיתה של תמי צולמו 30 שיעורים, בכיתה של יסמין צולמו 15 שיעורים ובכיתה של רחל צולמו 20 שיעורים. מצלמה הוצבה בפינה האחורית של הכיתה, מופנית אל הלוח ואל התלמידים.

בנוסף, צולמו חמישה מפגשי עמיתים בהם אוחדו כל פעם שתי קבוצות (לפי מדריכים: תמי – רחל, יסמין – רחל, אורי – רחל, תמי – יסמין, אורי – תמי). מפגשים אלו נערכו פעמיים בשבוע בזמן המחנה.

הקלטת הפעילויות החברתיות כללה הקלטת אודיו של ארוחות (10 פעמים), הפסקות (12 פעמים), פעילות צילום במפגש חברתי במהלך נסיעה לקומזיץ בים ובפעילויות חברתיות נוספות 4 פעמים).

נערכו ראיונות לתלמידים כפי שמתואר בטבלה 6:

טבלה 6: המשתתפים שרואיינו בשנת 2015 (02-14/08).

Table 6: Students Interviewed in 2015

	שם	סימון	ראיון פתיחה	ראיון סיום	קבוצה
1	יובל	יובל_15	04/08/2015	-	יסמין
2	גבי	גבי_15	02/08/2015	14/08/2015	רחל[19]
3	עופר	עופר_15	02/08/2015	13/08/2015	רחל[20]
4	רונן	רונן_15	04/08/2015	14/08/2015	אורי
5	שלום	שלום_15	02/08/2015	14/08/2015	תמי
6	עמית	עמית_15	02/08/2015	13/08/2015	תמי
7	עובדיה	עובדיה_15	-	14/08/2015	אורי
8	יזהר	יזהר_15	-	12/08/2015	אורי[21]
9	אייל	אייל_15	02/08/2015	13/08/2015	אורי
10	שי	שי_15	03/08/2015	13/08/2015	רחל
11	משה	משה_15	-	12/08/2015	אורי
12	שירן	שירן_15	-	13/08/2015	רחל

בנוסף, הוקלטו ישיבות הצוות (ס"ה 10 ישיבות צוות) ונערכו ראיונות עם המדריך החברתי (אוהד) ועם עם מדריכה אקדמית (רבקה). בנוסף, נערך ראיון עם רכז המחנה (איש סגל מהטכניון).

בסך הכל איסוף הנתונים ממחנה 2015, כלל:

[19] גבי עבר לקבוצה של אלון ואחר כך לקבוצה של יסמין.
[20] עופר עבר לקבוצה של אלון.
[21] יזהר עבר לקבוצה של תמי.

- 105 שיעורים משלוש כיתות שונות.
- 10 ישיבות צוות
- 6 שיעורים של מפגשי עמיתים.
- 19 ראיונות של 12 תלמידים.
- 3 ראיונות של אנשי צוות.
- 26 הקלטות מפעילויות החברתיות.

מאחר שמבנה המחנה, על תכני הלימודים שבו, מבנה מערכת השעות ושלל הפעילויות שבו נשאר כמעט זהה בשנים 2013-2015, ומאחר שבכל שנות המחקר אנשי צוות מסויימים (למשל רחל ותמי) היוו חלק מהצוותכל המחנות לאורך המחקר. יש טעם להתייחס לשלוש שנו המחנה כמקשה אחת. לכן כשאדבר על ה'מחנה' אדבר עליו כתוצר של איסוף הנתונים משלוש השנים גם יחד. יחד עם זאת, השנים הספציפיות בהן נאסף החומר יצויינו בכל ממצא, כמו גם שמות המדריכים והתלמידים המסוימים שראויינו או נצפו.

3.2 שיטת המחקר

המחקר נערך בגישה האיכותנית. איסוף הנתונים כלל איסוף אתנוגרפי של נתונים מתוך המחנה, באמצעות תצפיות, ראיונות עם חברי המחנה ואיסוף מסמכים. על מנת לבחון את תרבות המחנה התבססתי על שיטות איסוף נתונים הלקוחות מתחום האתנוגרפיה, ובהתאם, איסוף הנתונים כלל שהיה ממושכת בסביבת המחקר, איסוף חומרים שונים וריבוי תצפיות (Erickson, 2004; Green & Wallat, 1981) וכן על שיטות ניתוח המבוססות על ניתוח שיח (Gee, 2013; Sfard, 2008). שיטות לניתוח שיח כוללות בחינה של סיטואציות למידה בהקשר היומיומי שבו הן מתקיימות, מעקב אחרי אינטראקציות חברתיות, והתפתחות של זהויות. בפרט, המחקר מסתמך באופן נרחב על מסגרת המחקר הקומוגניטיבית (Sfard, 2008; Heyd-Metzuyanim, 2013) המדגישה את האופרציונליות של הגדרות ומושגים. לפיכך, על חוקרים בגישה זו לשאוף להגדרה של אוצר המילים באופן ברור וחד משמעי ככל האפשר[22]. עקרון נוסף של הגישה, שאינו ייחודי לה, אלא הינו מאפיין של גישות סוציו-תרבותיות רבות, הוא עיקרון ההקשריות (contextuality). על פי עיקרון זה, כל שיח מתקיים בהקשר מסוים ומתעורר קושי לפרשו מחוץ להקשר. עקרון זה מנחה איסוף מדוקדק של נתונים ותיאור

[22] דוגמאות לכך ניתן למצא בהגדרת הזהות בגישה הקומוגניטיבית, ובהגדרת הרכיבים השונים של השיח.

אינטראקציות אנושיות בצורה מלאה ככל האפשר (רצוי על ידי מצלמות וידאו והיכרות מעמיקה עם הסיטואציה הנחקרת).

בסעיפים הבאים אתאר את אופן איסוף וניתוח הנתונים כפי שבוצעו בהתאם לנ"ל.

3.3 איסוף הנתונים

נתונים נאספו משלושה מחנות בחופשות הקיץ של השנים 2013, 2014 ו- 2015. במהלך המחנות צולמו הפעילויות החברתיות והלימודיות, נערכו ראיונות עם הצוות והתלמידים וצולמו כ-300 שעות. כל פעילות נשמרה בקובץ בתיקיה שסומנה על ידי סוג הפעילות ותאריכה. מכל שעות הצילום נערך יומן תוכן לכל שנה בנפרד. בנוסף, בשנת 2016, תוקפו הממצאים עם צוות התוכנית ללא אסוף נתונים חדשים על התלמידים.

בטבלה 7 מתוארים כלי המחקר שבאמצעותם נאספו הנתונים, המועדים בהם נאספו הנתונים, פירוט השימוש בכלי המחקר, ומטרות השימוש בכלים.

טבלה 7: איסוף נתונים במחקר

Table 7: Data Collection

כלי המחקר	מועד	הפירוט	מטרות
ראיונות עם התלמידים	בתחילת המחנה	ראיון חצי מובנה (נספח א). הריאיון הוקלט ותוכתב. רואיינו כל התלמידים שהתקבלו לתוכנית והסכימו להתראיין.	לבחון את הנרטיבים לגבי למידת מתמטיקה שאיתם מגיעים התלמידים למחנה ואת הנרטיבים איתם הם מסיימים אותו. מטרה נוספת היתה לבחון את הזהות הנוכחית והמיועדת של התלמידים.
	בסיום המחנה		
ראיונות עם מדריכים, יוזמי המחנה ומרצים בו	לפני המחנה	ראיונות חצי מובנים (נספחים ב-ג).	לבחון מהו התלמיד האידיאלי בעיני סגל ויוזמי המחנה, את מטרות התוכנית בעיני המדריכים, ואת הרציונל לקיום הליכי ההוראה שלהם. ראיונות אלו סייעו לבחון את ערכי המחנה.
צילום בשיעורים במחנה	במהלך המחנה	הצילום התבצע במספר קבוצות[23]. כמו כן, צולמה התחרות בסיום המחנה בה השתתפו כל התלמידים.	לבחון את הלמידה, הזהות והאינטראקציה בין התלמידים.
הקלטת פעילויות חברתיות	במהלך המחנה	חלק מהפעילויות החברתיות הוקלטו.	להעשיר את נקודת המבט על הקהילייה כפי שהיא משתקפת בפעילויות לא מתמטיות.
צילום טקס	בסיום	צולמו נאומי יזמי	לבחון את ערכי הקהילה.

[23] תאור האיסוף לפי קבוצות ושנים מפורט בפרק 3.1.

הסיום	המחנה	התוכנית, המרצים האקדמיים, והתלמידים.	
תיעוד פגישות הצוות	במהלך המחנה	צולמו פגישות הצוות הנערכות בכל יום. מטרתן, בין היתר, היא לשתף מידע בין המדריכים ולדרג את רמתם המתמטית של התלמידים ביום הנוכחי.	לברר את הערכים הסמויים המבוטאים רק בישיבות הצוות ולתקף את הערכים המוצהרים, הבאים לידי ביטוי בשיח בין המורים לבין עצמם וכיצד הם מכתיבים אופני הוראה מסוימים או תהליכי זיהוי של התלמידים (על ידי המדריכים).
איסוף מסמכים ותוצרים	במהלך המחנות	נאספו דפי הלימוד והחומר שהמחנה מחלק לתלמידים, ושהתלמידים מייצרים בעצמם. נאספו הן תוצרים מתמטיים והן תוצרים חברתיים, כגון מצגות וכדומה.	לבחון את הלימוד במחנה ואת התהליכים החברתיים המתרחשים בו.

על מנת להתמודד עם מספר שעות ההקלטה וליעל את תהליך הניתוח, השתמשתי ביומן תוכן שריכז את הקלטות הווידאו שנאספו.

3.3.1 יומן תוכן

יומן התוכן (content log) הינו יומן המסודר כטבלה, מסכם את כל שעות הצפייה ממהלך המחנות, לכל מחנה בנפרד. יומן תוכן הינו שיטת קידוד מתומצתת שמטרתה לבחון במבט על את הממצאים ובנוסף משמשת על מנת למצות מתוכם אפיזודות לתכתוב מלא (Miles et. al, 2013). היתרונות ביומן תוכן הם במתן האפשרות לעבור משיעור לשיעור ומפעילות לפעילות ולחפש דפוסים משותפים. כמו כן, יומן תוכן מאפשר מבט על בו ניתן לבחון מלמעלה את כל ההתרחשות במחנה. התכתוב ביומן התוכן הוא תכתוב מסכם ולא תכתוב של מילה במילה. על מנת לבנות את יומן התוכן, כל קובץ הורכב ממספר סימניות (תת קבצים), שכל אחת מהן סימניה מסומנת בקוד, לדוגמא [W2D4C1T,14] מסמל אתweek 2 day 4 class 1, שנה 14, כלומר, שבוע שני יום רביעי שיעור ראשון בשנת 2014.[24]

הכנת כל סימניה כללה שם של קובץ הצילום, המשתתפים בצילום, את זמן הצילום, ובטבלה, את מספר השורה, הזמן, הדובר, ואת הנאמר. בנוסף, נבנו עמודות של ניתוח יומן התוכן על-פי קטגוריות.

[24] כאמור, המחנה התקיים במשך שבועיים, ובכל יום התקיימו 4 שיעורים.
לכן, סימניה מהצורה WiDjCk, $1 \le k \le 3$, $1 \le j \le 5$, $i \le 2$. האות האחרונה (בדוגמא W2D4C1T היא האות T), מציינת את אופי הפעילות המתרחשת בכיתה מסוימת. האותיות T,R,M,U,Y הן שמות קוד למדריכים השונים במחנה במהלך פעילות לימודית, A מסמל מפגש עמיתים בין קבוצות תלמידים, Z מסמל ישיבות צוות.

הקטגוריות שימשו למציאת דפוסים חוזרים או אפיזודות ייחודיות בהן מתרחשים דברים משמעותיים. אפיזודות אלו נותחו ברמת מיקרו בהמשך. ציטוטים שיופיעו בעבודה מתוך יומן התוכן יסומנו בסימון התואם את הסימנייה ממנה נלקחו כלומר, אם ציטוט נלקח מסמניה [W2D4C1T,14] בסיום הציטוט יסומן [W2D4C1T,14].

3.3.2 ראיונות מובנים למחצה

קיימים מספר סוגי ראיונות: ראיונות מובנים, בהם השאלות כתובות מראש ולא קיימת גמישות בהתאמת השאלות לנשאל; ראיונות מובנים למחצה, בהם השאלות מובנות מראש אך קיימת גמישות בתזמון הגשתן ובחיבור שאלות חדשות; וראיונות נראטיבים, שהם פתוחים כשיחה.

ראיונות מאפשרים לשאול שאלות על העבר של המרואיין ועל שאיפותיו העתידיות, ובכך להגיע לפרטים שאינם נגישים בתצפיות. כמו כן בראיונות עולים סיפורים על הפעילות הכיתתית וכך ניתן להוסיף פרשנות וסיפורים של התלמידים ולבצע תהליך של טריאנגולציה לתיאור של סיטואציות מכמה נקודות מבט. כמו כן, ראיונות מאפשרים לבחון דמיון ושוני בתוך אוכלוסיית המחקר מאפיינים שונים.

מצד שני,מגבלה בראיונות היא תופעת הרצייה חברתית, לפיה מרואיינים נוטים לנסות ולענות על שאלות באופן שירצה את המראיין. בהיותי מודעת למגבלה זו, השתמשתי בראיונות חצי מובנים, שמטרתם לתשאל באופן ישיר את אוכלוסיית המחקר ויחד עם זאת לשמור על גמישות בניהול הריאיון, גמישות המאפשרת לברר עם המרואיינים את התשובות שנתנו, ולשאול אותם שאלות נוספות שעולות מדבריהם (Gee, 2013; Silverman, 2013; Strauss & Corbin, 1990). שאלות לראיון התחילו בשאלות הקדמה, ונוסחו בצורה פתוחה ולא מכוונת במידת האפשר. במהלך המחקר נאספו ראיונות עם תלמידים, ועם סגל המחנה (כפי שמפורט בפרק 3.1). הציטוטים שיובאו במהלך העבודה מתוך ראיונות יצוטטו באופן הבא. בראיון (פתיחה \ סיום) עם X נאמר כי "..." ובסיום הציטוט תינתן הפניה נוספת בכתב תחתי [שם_שנה, פתיחה\ סיום] לדוגמא [יסמין_13, פתיחה]. הטבלאות המקשרת בין התלמידים ובין המדריכים אצלהם למדו מתוארת בפרק 3.1 לפי לכל שנה בנפרד.

3.3.3 תצפיות בפעילויות לימודיות

התצפיות בפעילויות הלימודיות נערכו בעזרת מצלמות וידאו שהוצבו במספר כיתות במקביל[25]. בכל כיתה המצלמה כֻוונה כלפי הלוח והתלמידים. כל צילום הוכנס למסד הנתונים ויומן התוכן. בתהליך סידור הנתונים נוספו אליו (ביומן התוכן) תוויות שונות בהתאם לשאלות המחקר. תוויות אלו כוללות קטגוריות לניתוח כגון זהות, למידה, קהילה, בנוסף לתת-קטגוריות נוספות.

מהיותי אחת ממדריכות המחנה, חלק מהתצפיות היו מסוג תצפית משתתפת, כלומר תצפיות בהן החוקרת היא גם אחת המשתתפות, חלק אחר של התצפיות היה תצפיות בקבוצות בהן לא נכחתי כמדריכה והוצבה מצלמה שצילמה את התצפית. היתרון בתצפית משתתפת היא שתופעה נחקרת תלויה בהקשר מסוים, וככל שהחוקר מוטמע יותר בסביבת המחקר, כך גדלה הבנתו את ההקשרים השונים.

יש הטוענים כי חוקר החי בסביבת המחקר או בתרבות הנחקרת בהכרח משפיע עליה ומושפע ממנה (Hammersley & Atkinson, 1983). בעוד שלדידם כל תצפית הינה משתתפת, רוב החוקרים מפרידים בינה לבין תצפית לא משתתפת, בה החוקר אינו נוטל חלק פעיל בסביבת המחקר (למשל, שקדי, 2003).

עם זאת, מחקר המשתמש בתצפית משתתפת הוא מאתגר. על מנת להתמודד עם אתגר זה, כל ניתוח של תצפית משתתפת עבר תיקוף עמיתים בקבוצת המחקר, וכן נערכה טריאנגולציה עם כלי מחקר נוספים כמו תצפיות בהן לא השתתפתי או ראיונות. בסעיף הבא אדון בתצפיות בפעילויות חברתיות.

3.3.4 תצפיות בפעילויות חברתיות

הנחת יסוד של מחקר זה הינה שתהליכי למידה הם תהליכים חברתיים. על כן, אין די בתצפיות על השיעורים בכדי להבין את ערכי המחנה, ונדרשות גם תצפיות על הפעילות החברתית. יתרה מזאת, כיוון שעל סמך ההנחות של גופמן (Goffman, 1961) המחנה הנחקר כאן הינו מוסד כוללני, ממילא ההפרדה בין הלימודי ובין החברתי מטשטשת בו: בשיעורים מסופרים סיפורים על הפעילויות החברתיות, ובמהלך הפעילות החברתית מאוזכרים מושגים או חידות מהשיעורים המתמטיים. לסיכום, הבנה רחבה של ערכי המחנה מחייבת ניתוח גם של הפעילויות החברתיות.

---

[25] לפירוט, ראו נספח יד.

המחנה הנחקר כולל פעילויות חברתיות רבות בהן ניתן להעזר על מנת להבין טוב יותר את ערכי הקהילה. יחד עם זאת, נתונים מפעילויות חברתיות קשים יותר לאיסוף ולניתוח מאשר נתונים מכיתת הלימוד. בסיטואציה החברתית נמצאים משתתפים רבים, היא עשירה יותר בשיח, ונשמע רעש ממקומות שונים. כמו כן, הבנת ההקשר מורכבת יותר. על כן, קטעים מתוך שיח חברתי שימשו על מנת לתקף ממצאים קיימים.

בשל הרצון לא להפריע לפעילויות וסיטואציות החברתיות, רוב ההקלטות של הפעילות החברתית נערכו באודיו. מתצפיות אלו נותחו אמירות זהות של התלמידים וקטעי שיח מתמטי.

3.3.5 תצפיות בטקסים ובפעילויות ארגוניות וקהילתיות

טקסים ופעילויות ארגוניות פותחים צוהר למסרים אותם מנסה להעביר מוסד הלימוד אל התלמידים. בעוד שחלק מהמסרים גלויים ונאמרים מפורשות, את אלו הסמויים ניתן לחשוף בעזרת ניתוח שיח, בעיקר בעזרת חקר שלהדברים שאינם נאמרים בשיח (Fill in tool) (Gee, 2013). היות והטקסים בכל שלוש השנים במחנה היו דומים במבנם ובתוכנם (כולל הנחייה ע"י חלק מהמנחים), בנספח ו מוצגים תכתובי הטקסים פעם אחת מתוך מחנה אחד (שנת המחנה מתוארת בנספח). ציטוט מתוך הטקסים יגובה בהפניה לנספח המתאים. כל הטקסים מתוארים בנספח ו, וההפניה אליהם תיכתב באופן הבא בכתב תחתי [טקס פתיחה\ סיום, שורה X].

3.3.6 תצפיות בישיבות הצוות

ישיבות הצוות נערכות במחנה באופן יומי. בזמן הישיבות בוחנים את התקדמות הקבוצות בדפי התרגילים, ומתוארות אפיזודות שונות שהתרחשו בכיתה, לעתים לצורכי שיתוף וקבלת עזרה בהתמודדות עם מצבים מורכבים, ולעתים על מנת לתאר תהליכים מעניינים.

במוסדות רגילים, ישיבות הצוות אינן נגישות לקהל הרחב ולחוקרים, היות ונמסר בהן מידע חסוי על התלמידים ועל שיטות הלימוד. בין לבין, נאמרות בהן גם אמירות השייכות להווי ייחודי הנרקם במחנה. גופמן מתאר מצבים כמו ישיבות צוות במטאפורה של "מאחורי הקלעים", שם לסיפורים המסופרים יש משמעות מיוחדת (Goffman, 1978). "מאחורי הקלעים" הוא אזור שאינו נגיש לכלל האוכלוסייה, ו-Goffman מרחיב:

> מאחורי הקלעים זהו אזור שיכולתו של המבצע לבטא משהו מעל ומעבר לביצועו הרגיל, יכולת מטופחת ובאה על ביטויה; שבו נרקמות אשליות ונבנים רשמים. כאן יכול הצוות

לערוך חזרה על ביצועו , כאן יכול המבצע לנוח להשיל מעליו את חזיתו לשכוח לזמן מה את השורות שעליו לדקלם וכאילו להיחלץ מתוך אופיו. (גופמן, עמ' 101)[26]

כלומר, האזור עליו מצביע גופמן הוא אזור בו יכולה המדריכה לבטא את מחשבותיה והרגשותיה לגבי התלמידים. בנוסף, כותב גופמן כי "עצם העובדה שאיש אינו שואף ליצור רושם על חברו הוא מעניק לו את הגוון המיוחד לפעולת גומלין ומניע את אלה הנמצאים שם כאילו היו מקורבים זה לזה מכל הבחינות" (עמ' 111). קרבה זו מאפשרת לסיפורים להיות מסופרים ללא ביקורת חיצונית או רצון ליצור רושם, ובכך להביע אותנטיות רבה.

איסוף הנתונים מתוך ישיבות הצוות בוצע באמצעות מכשיר הקלטה, ואושר מראש על ידי הצוות.

3.3.7 יומן חוקרת

יומן חוקרת ליווה את כל פעילויות המחקר: החל מתכנון המחקר, דרך איסוף הנתונים וכלה בניתוח הנתונים ובכתיבה. ביומן החוקרת נכתבו רעיונות, תובנות ומחשבות שונות אשר נבחנו לאחר מכן בתהליך ניתוח הנתונים.

3.3.8 מסמכים

מסמכים נאספו לפני המחנה ובמהלכו, וכללו את דפי הלימוד עליהם מבוססת תוכנית הלימודים וחומרי פרסום על המחנה[27]. בנוסף, צולמו מספר מחברות של תלמידים. עזרים נוספים הם מצגות שנערכו על ידי המדריכות החברתיות, וכן מצגות שהוכנו על ידי התלמידים במהלך פעילויות חברתיות.

3.4 ניתוח הנתונים

ניתוח הנתונים כלל ניתוח יומן התוכן על פי קטגוריות שתפורטנה בהמשך. הניתוח בוצע על-פי מתודולוגיות שונות מתוך המחקר האיכותני, בינהן: גישה אתנוגרפית, ניתוח קטגוריות וניתוח שיח. התמקדתי בשיח המשתתפים במחקר ובניתוח יומן החוקרת שכתבתי במהלך המחקר כולו. במהלך המחקר נעזרתי בשיטה שמתאר שקדי (2003):

שיטה יעילה להבנת התמונה הכוללנית היא סדרת שאלות שיש לשאול על הנתונים: 'מי'? 'מה'? 'איפה'? 'למה'? ו'איך'? שאלות שהן שימושיות לכל תהליך ניתוח ולכל העוסק

[26] מתוך תרגום הספר בעברית, **הצגת האני בחיי היומיום**, עברית: שלמה גונן, תל אביב: דביר, תש"ם 1980.
[27] חלק ממסמכי הפרסום מופיעים בנספח ח'.

בניתוח נתונים. שאלה נוספת שראוי לשאול , 'אז מה'? כי היא מובילה אותנו לחשוב על המשמעות של הנתונים. (עמוד 97)

3.4.1 מיון ראשוני של המידע

תחילת הניתוח כללה בחירה של החומרים הרלוונטיים לצורך מענה על שאלות המחקר. בחירה זו נעשתה במספר שלבים על ידי מתודות שונות. השלב הראשון היה במהלך יום הצילום ולאחריו, בו סוקרו קטעי הצילום על פי המידה בה הם מספקים חומר רלוונטי לניתוח. שעות עבודה יחידנית או עבודה לא נגישה סוננו בשלב הראשון, שלב זה הקטין את כמות הנתונים לניתוח התחלתי מכ- 300 שעות לכ- 130-150 שעות הקלטה.

חיפוש אפיזודות שיח התבצע לאחר מכן בעזרת יומני תוכן (content logs) של הקלטות הווידאו. כמו כן, בשלב זה נבחנו דפוסים החוזרים על עצמם (כגון, האופן שבו נפתחים ונסגרים שיעורים, כיצד מתחילים ומסתיימים דיונים). סימונים אלו ביומן עזרו בבחירת קטעים לתכתוב וניתוח. בנוסף, תשומת לב יתרה ניתנה לסיפורי עבר וסיפורי עתיד מצופים של התלמידים והמדריכים שעשויים להיות רלוונטיים למענה על שאלות המחקר על ערכים וזהויות (Engle et al. 2007; Erickson, 2004). מתוך יומן התוכן בחרתי לתכתב קטעים שנראו כבעלי פוטנציאל להבנת התשובות לשאלות המחקר. לבסוף, בצעתי אינטגרציה לניתוחים.

3.4.2 חשיפת רובדי הארגון של המחנה

לפי Schein (2010), על מנת להבין ארגון יש לחשוף את שלושת הרבדים של תרבותו: תוצרים, ערכים מוצהרים וערכים סמויים. נעזרתי בניתוח קטגוריות על מנת לבחון את הערכים המוצהרים במחנה. בניתוח זה נעשה שימוש בהקלטות וידאו של טקסים, טקס הפתיחה והסיום, חומרי פרסום, ושיח הצוות בפעילויות המתמטיות. ערכים חולקו לערכים מוצהרים וסמויים באופן הבא: ערכים הוגדרו כ"מוצהרים" אם נמצאו אמירות מפורשות לגביהם. בנוסף, נאספו גם כל הביטויים הסמויים שהתייחסו לערך הזה. בפרק הממצאים, לאחר תיאור הערכים מנקודת מבט של אנשי הצוות, תודגם ההתייחסות לערכים בשיח התלמידים הכולל שיח מתמטי, שיח חברתי וראיונות.

כאמור, ממציאת ערכי המחנה המוצהרים והסמויים נעשה מעבר לניתוח שיח התלמידים במחנה. המשמעות שניתן לְצַמֵּד לשיח זה אינה חד משמעית או חד ערכית. האתגר, אם כן, אינו רק בתיאור השיח אלא גם בפענוחו. בנוסף, השיח הגלוי אינו עומד בפני עצמו אלא קשור ותלוי בערכים המוצהרים והסמויים שמתאר Schein:

Symbols are ambiguous, and one can only test one's insight into what something may mean if one has also experienced the culture at the deeper levels. (2004, p.27)

על כן, פירוש שיח התלמידים, והאינטראקציות הלימודיות–חברתיות נעשה לאור רמות העומק של התרבות, דהיינו הערכים (המוצהרים והסמויים). לכן, הערכים שמשו כקטגוריות לניתוח שיח התלמידים במחנה. לדוגמא, אם נמצא שהתמודדות עם קושי הוא ערך במחנה (בשיח הצוות), בשיח התלמידים נאספו הנרטיבים של התלמידים הקשורים להתמודדות עם קשיים אלו, וכן אופיינו הקשיים איתם התמודדו התלמידים. כמו כן, נאספו עדויות להתייחסות לערך זה במהלך העשייה המתמטית. מציאת הערכים נעשתה בעזרת ניתוח קטגוריות כפי שיתואר להלן.

3.4.3 מציאה וניתוח קטגוריות

בנית קטגוריות מתוך הנתונים מתוארת בעזרת שלושה שלבים עיקריים[28]. הראשון, בחירה של ההיגדים מתוך הנתונים אותם רוצים לסווג לקטגוריות. השלב השני הוא חלוקת ההיגדים לקטגוריות, ובחירת שם מתאים לכל קטגוריה. השלב האחרון הוא שלב התיקוף והמשגה תאורטית. שלבים אלו יפורטו להלן.

בחירת היגדים לניתוח מתוך כלי מחקר

תחילת עבודת הניתוח כרוכה בהכרה טובה של הנתונים (שקדי, 2003), לשם כך נבנה יומן תוכן כפי שהוסבר לעיל (פרק 3.1.3). בעבודה זו, בהתאם לשאלות המחקר, הקטגוריות שהתמקדתי בהן בטאו ערכים. תהליך חיפוש ההיגדים שונה מכלי מחקר למשנהו. למשל, הדרך בה נבחרו היגדים מתוך ישיבות הצוות היתה שונה מהדרך בה נבחרו היגדים מתוך הטקסים (כפי שיוסבר בפרקים 3.4.6-3.4.5). הסיבה להבדל בין בחירת ההיגדים נעוצה בהבדל בין השיחים המתקיימים בישיבות הצוות ובטקסים. בישיבות הצוות השיח הוא ספונטני ולא מחושב. על מנת לבחון איזה היגד מתקשר לערך של המחנה, נעשה ניתוח שיח (3.4.6). לעומת זאת, מתוך הטקסים, נבחרו היגדים המתארים את המחנה באופן ישיר כמו "**המחנה** חושף לנושאים בחזית המחקר", ההתנהלות בו, ותיאורים לגבי בוגרי המחנה, כמו לדוגמא "**אתם** המחזור השביעי של תומבה (המחנה) **ויש לנו** כבר בוגרים של תומבה בהרבה מקומות, באוניברסיטאות, לומדים תואר ראשון, תואר שני, בצבא, בכל מני יחידות

---

[28] שקדי (2003) מתאר את תהליך הקטגוריזציה בשתי שלבים, חלוקת הנתונים לקטעים נפרדים, ושיוך הקטעים לקטגוריות, ולשלב התיקוף מתייחס באופן נפרד.

מיוחדות בצבא". היגדים אלה מוינו לקטגוריות שונות (clustering). תהליך זה תוקף על ידי שני עמיתי מחקר.

חלוקת ההיגדים לקטגוריות

ההיגדים שנמצאו בשלב הראשון חולקו לקטגוריות. בעזרת הקטגוריזציה, חלקי הטקסט נתלשים ממקומם המקורי ברצף השיח ומוצגים תחת הקטגוריה אליה הם משויכים (Arksey & Knight, 1999; Gray, 2013). תהליך זה מקנה משמעות נוספת לנתונים ומאפשר להסבירם על ידי חשיפת מאפיינים דומים במקומות שונים בשיח. Corbin & Strauss (2014) כינו את מודל ההשוואה והקטלוג בשם המודל המושגי אינדיקטורי ('model the concept-indicator'), המבוסס על השוואה מתמדת בין פריט תוכן אחד לאחר, ולאחר מכן הכללת פריטים לקטגוריה משותפת, כאשר לכל קטגוריה ניתן שם.

במחקר זה, אבני הבניין הן קטגוריות הערכים שנמצאות בניתוח הנתונים. **ערכים שלא הופיעו באופן מוצהר (בטקסים, ישיבות או בשיעורים) הם ערכים סמויים ואילו ערכים שהופיעו גם באופן מוצהר בטקסים, ישיבות או בשיעורים הם ערכים מוצהרים.** קטגוריות מסויימות חולקו לאחר מכן בחלוקה נוספת, ואילו קטגוריות אחרות התאחדו לקטגורית על גדולה יותר.

שמות הקטגוריות נלקחו משפת המשתתפים במחקר, כמו לדוגמא הערך רקע מתמטי. יש קטגוריות שנבחרו כקטגוריות מושגיות, למשל התמודדות עם קושי, שתואר בשיח הצוות אך לא שויים באופן הזה. בסעיפים הבאים (3.4.4-3.4.5) אתאר ביתר פירוט את מציאת הערכים מכלי המחקר השונים.

3.4.4 ניתוח הערכים משיח הצוות המוצהר

שיח הצוות המוצהר נותח מתוך מסמכי המחנה, הטקסים, ובאמירות המדריכים בשיעורי המתמטיקה. על מנת להסיק את הערכים מתוך השיח נקטתי בשיטה המתבססת על הגדרת הערכים המוצהרים אצל Schein (2010). ערכים מוצהרים מבוססים על אמירות וציפיות בארגון. לכן על מנת לבחור את ההיגדים שינותחו לאחר מכן ניתוח קטגוריות, בחנתי את הטקסים (טקס הפתיחה והסיום) ואת השיעורים בכיתות, ושלפתי מהם כל אמירה מפורשת על המחנה (לדוגמא "**המחנה** הזה כמובן חושף את המשתתפים בו לנושאים בחזית המחקר במתמטיקה בעיקר בתורת המספרים שזה הנושא העיקרי של המחנה"). תהליך הקטגוריזציה בוצע במקביל לערכים המוצהרים והסמויים (נספח ז').

3.4.5 ניתוח ישיבות צוות

שיח המשתתפים בישיבות הצוות נותח בעזרת מיפוי זיהוי (identifing) התלמידים (Sfard & Prusak, 2005). כלומר, נבחנו סיפורים של המדריכים על התלמידים (סיפורים בגוף שלישי) מהם נגזרו חלק מערכי המחנה.

במהלך ניתוח ישיבות הצוות, הפרדתי את השיח למתמטיזציה וסובייקטיפיקציה (Heyd-Metzuyanim, 2013), וניסיתי לבחון את התפר ביניהם, כלומר, לבחון את המעבר בין סיפורים מתמטיים לאמירות זהות. לסיפורים המתמטיים שהובילו לאמירות זהות קראתי "הסברים". דוגמא להסבר כזה הוא "אתמול נתתי את השובב יונים, אז יואל הוא לא רק פתר הוא גם אמר ב- 75 הוכחתי זה לא חסם הדוק, החסם הוא 97 וב 98 מצאתי דוגמא נגדית ו 97 הוכחתי [W1D4Z,14]" מיד אחר כך, המדריכה מציינת "ת'סתכלי על זה **הוא ממש חמוד וממש טוב** [W1D4Z,14]". חלק זה של המשפט לא מתאר את המתמטיקה שיואל עשה אלא סובייקטיפיקציה, כלומר יחוס תכונה לתלמיד עצמו. למעשה, זוהי אמירה המתארת זהות בגוף שלישי של המדריכה על התלמיד. למילים המודגשות בקו תחתי אקרא ההסברים של הזיהוי "הוא ממש חמוד וממש טוב".

דוגמא נוספת לניתוח של סיפור מתוך ישיבת צוות: המדריכה תמי סיפרה "אלה (אביעד ואייל) יושבים כל ערב עם החידות ועם שאלות מתקדמים, הם פתרו את כל החידות, הם ישבו בכל ההפסקות ופתרו, הסתימה פעילות ערב, הם הולכים לחדרים וממשיכים לפתור. **הם ממש טובים**[W1D2Z,14]". ההסברים מסומנים מטה בקו תחתון. ההעצמה של הסיפור מסומנת **בהדגשה.** ההסברים שתוארו נכנסו כמועמדים פוטנציאלים לערכים. למשל בדוגמא לעיל, ניתן לגזור את הערך מתמטיקה בזמן הפנוי או התמדה.

סיפורי זהות בגוף שלישי שתוארו במהלך ישיבות הצוות סווגו לשלושה סוגים. האחד, סיפורים שיש להם הסבר תיאורי לפני או אחרי המצדיק את הזיהוי המועצם (reified) של התלמידה: לדוגמא "היא פתרה את השאלה מאוד יפה, היא ממש חכמה". הסוג השני, סיפורים ללא העצמה, לדוגמא, "היא פתרה את השאלה בכמה דרכים שונות". הסוג השלישי והאחרון, מתאר רק תווית, או העצמה (reify) המתארת תלמידה כמו למשל "היא ממש חכמה" או "אין לי מושג מה היא עושה במחנה, היא ממש לא מתאימה". חלוקה זו אפשרה לבחון את הסיפורים שבבסיס הסיפורים המועצמים על התלמידים.

בעזרת בחינת הזיהויים הכוללים הסבר לעומת אלה שאינם כוללים הסבר, ניתן למצוא אילו התנהגויות מובילים לתוויות חיוביות או שליליות כלפי התלמידים, דבר המצביע על הערכים הקיימים במחנה, שכן השתמשנו בהגדרת ערך המעניק עדיפות לתהליך או מעשה מסוים. התלמידים שסיפורי הזהות שלהם מתומצתים לכדי סיפורי זהות מועצמים חיוביים אוגדו לכדי קבוצה אחת ועבורם נבחנו הסיפורים בגוף שלישי שהיוו הסברים לסיפורים המועצמים. מתוך סיפורים אלו הוסקו חלק מהערכים במחנה כפי שהם התבטאו בישיבות הצוות. לדוגמא, אם סופרו על יוסי סיפורים מתמטיים שונים במהלך המחנה, ולאחר מכן נאמרו סיפורים מועצמים כמו "הוא ממש חכם" או "איזה גאון", נוסיף סיפורים אלה לרשימת הסיפורים מהם נסיק את הערכים. יותר מכך, על מנת להסיק את הערכים, נעזר גם בסיפורים המסופרים על תלמידים המתויגים כמתקשים (על ידי המדריכים), על מנת לבחון האם הערכים שנמצאו חסרים או מנוגדים בסיפורים עליהם.

ניתוח זה נעשה על הסיפורים המובאים בישיבות הצוות על תלמידים. מניתוח סיפורים אלו, אוחדו האמירות העונות על השאלה מהם הערכים במחנה בעיני הצוות.

3.4.6 ניתוח הראיונות

ניתוח הראיונות התבסס על שיטות מניתוח ראיונות חצי מובנים (Bauer & Gaskell, 2000). כל הראיונות עם סגל המחנה תוכתבו ונבחנו ציפיות הסגל מתלמידי המחנה וערכי המחנה. העלאת הקטגוריות וקידוד הראיונות על פיהן נערך באופן ספיראלי. כלומר, נאספו קטגוריות מתוך ראיונות ולאחר מכן נבחנו שוב בראיונות נוספים. הערכים שנמצאו בראיונות עם סגל המחנה נבחנו גם בראיונות התלמידים.

בראיונות התלמידים, נערך ניתוח ראשוני באמצעות סיווג בקידוד פתוח. בקידוד זה הוגדרו קטגוריות של זהות נוכחית, זהות מיועדת, הבדלים בין המחנה למסגרות אחרות כמו בית הספר, שביעות רצון כללית, וסיפורים מהעבר. באמצעות טבלה של שאלות המחקר, ותכתובים של חלקי ראיונות העונים עליהם (מסווגים לפי שם וזמן בתוך הריאיון), בחנתי דפוסים חוזרים והקשרים בין הראיונות השונים בעזרת קידוד טורי (Bauer & Gaskell, 2000). כלומר לאחר ניתוח מספר ראיונות ומציאת קטגוריות החוזרות בהן, בחנתי קטגוריות אלו בכל שאר הראיונות.

3.4.7 ניתוח שיח

בסעיף זה אתאר כלים שונים בהם נעזרתי בניתוח השיח הנחקר בעבודה זו. Gee (2013) מציין כי על מנת לנתח שיח בשפה ובתרבות בה אנו חיים יש צורך בכישורים מיוחדים. בין השאר צריכים אנו

להתבונן ולהפוך דברים שבדרך כלל נראים לנו כנורמליים וטבעיים לחדשים ומוזרים. יותר מכך, טען Gee:

> We always have to make a judgment about how much clarity we can sacrifice for speed and how much speed we must give up to achieve an appropriate amount of clarity for the context we are in. In order to speed things along, any speaker leaves things out (leaves things unsaid) and assumes they will be understood based on listeners' knowledge of the context in which the communication occurs. (Gee, 2013, p. 6)

כלומר, חלק מהבחירות שנעשות במהלך תקשורת משאירות לא מעט דברים מחוץ לשיח המילולי, תחת הנחה כי המשתתפים מבינים את ההקשר בו התקשורת מתבצעת. את ההקשר, מסביר Gee:

> Context is a crucial term in discourse analysis. What do we mean by it? For now, we will define ''context'' this way: Context includes the physical setting in which the communication takes place and everything in it; the bodies, eye gaze, gestures, and movements of those present; what has previously been said and done by those involved in the communication; any shared knowledge those involved have, including shared cultural knowledge. (Gee, 2013, p. 6)

על מנת לבחון את ההקשר ואת הרבדים הנוספים הסמויים בשיח, השתמשתי במספר כלים בתהליך ניתוח הנתונים. כלי בסיסי לניתוח שיח הינו ניתוח הפניות (Deixis) (Gee, 2013). הפנייה יכולה להיות בממד הזמן, כמו למשל, מחר, יותר מוקדם או פעם. הפניות יכולות לציין אובייקט בממד המקום כמו למשל פה, שם, מאחור. כמו כן, הן יכולות להיות הפניות המתרכזות באנשים, או באובייקטים (קונקרטיים או מופשטים), כמו למשל, הוא, הן, זה. על מנת להבין טוב יותר את הנאמר יש לבחון את ההפניות ולראות על פי ההקשר למי הן יכולות להיות מופנות. לעיתים מושא ההפניה אינו ברור מתוך הנאמר. חקר של הפניות יכול להסביר קונפליקטים רבים או חוסר הבנה במהלך שיח בין אישי. ניתוח ההפניות שימש במהלך ניתוח של ראיונות ושל אפיזודות מתמטיות בהן נעשה שימוש רב בהפניות. בנוסף, על מנת לבחון את הלמידה המתמטית ולהתמקד בניתוח שיח

מתמטי נעזרתי בגישה הקומוגניטיבית לניתוח שיח (Heyd-Metzuyanim, 2013, 2015; Sfard & Prusak, 2005; Sfard, 2008) שתתואר בסעיף הבא.

3.4.8 ניתוח שיח בגישה הקומוגניטיבית

על מנת לנתח תהליכי למידה על היבטיהם הקוגניטיביים, הרגשיים והחברתיים נעשה שימוש בגישה הקומוגניטיבית לניתוח שיח (Sfard, 2008). נותחו קטעי שיח מתמטיים והשתתפות תלמידים בשיח לפי החלוקה לריטואל ואקספלורציה (לביא וספרד, 2016).

על מנת לבחון את יחסי הגומלין בין זהויות התלמידים ולמידת המתמטיקה, הסתמכתי על חלוקת השיח לסובייקטיפיקציה ולמתמטיזציה כמקובל בגישה הקומוגניטיבית (Heyd-Metzuyanim, 2013, 2015). כל חלק מהטקסט שנותח סווג כסובייקטיפיקציה או כמתמטיזציה. מתמטיזציה מתוארת כשיח על אובייקטים מתמטיים ואילו סובייקטיפיקציה מתוארת כשיח על האנשים המשתתפים בו. בהליך הסיווג למתמטיזציה וסובייקטיפיקציה נתקלתי לעיתים במשפטים אותם ניתן לשייך לשתי הקטגוריות, כלומר, משפטים המכילים אובייקטים מתמטיים אך יש בהם גם סובייקטיפיקציה. אמירות אלו מאירות פן נוסף, הטומן בחובו מציאת שיח חדש המתפתח במהלך המחנה, כמו למשל הומור מתמטי, דבר שאופייני לארגונים, דוגמת המחנה אותו חקרתי (Goffman, 1961)[29].

מעבר לסובייקטיפיקציה שנמצאה בשיעורי הלימוד, זיהוי (identifying) של תלמידים נמצא בראיונות עם תלמידים ובישיבות צוות. על מנת לבחון יחסי גומלין בין הזהויות והערכים שנמצאו במחנה, נבחרו שתי תלמידות, יסמין (2013) ומירי (2014) שסיפורי הזהות שלהם בתחילת המחנה היו דומים אך השתנו במהלכו. כל סיפורי הזהות של יסמין ומירי נאספו (מהשיעורים, מהראיונות ומישיבות הצוות בהן דובר עליהן) וסווגו לפי הערכים שנמצאו (ראו פרק 4.4).

מלבד הזהות של התלמידות שנבחנה לאור הערכים שנמצאו, גם עשית המתמטיקה היתה שלובה בערכי המחנה. לדוגמא, בניתוח המתמטיזציה נבחנו אילו טיעונים מתמטיים מקובלים על התלמידים והמורה ללא צורך בהוכחה ואילו מעלים בקרב המשתתפים דרישה להוכחה או להסבר. ניתוח זה נעשה על מנת לבחון את הרקע המתמטי של התלמידים (taken as shared) (Yackel & Cobb, 1996), כלומר, מהי רמת מורכבות השיח המתמטי הנלקחת כמובנת מאליה בכיתה.

---

[29] גופמן (1961) הבחין כי בארגונים כוללניים יכול להתפתח "סלנג" המבדיל משתתפים בארגון מן החוץ. אם אכן קיימות אמירות הנכללות בהגדרות הסוביקטיפיקציה והמתמטיזציה, יתכן שזהו חלק מאותו סלנג שקיים במחנה או מתפתח בו.

3.5 אמינות המחקר

במחקר איכותני, כלי המדידה אומדים מציאות מורכבת באופן סובייקטיבי ואינם אחידים. בשל עובדה זו, יש חוקרים הטוענים שתוקף ומהימנות שייכים לשיטות המחקר הכמותניות בלבד (Miles et. al, 2013 .p 313). חוקרים אלו מנסים להשתמש במונחים אלטרנטיביים בבואם לבחון את המחקר האיכותני כמו אמינות המחקר (trustworthiness).

כדי להעלות את המידה שבה ניתן לקבל את ממצאי המחקר האיכותני (trustworthiness) ואת אמינותם (credibility), איסוף הנתונים התבצע באמצעות ראיונות, תצפיות (שהוקלטו בווידאו) של שיעורים, פעילויות חברתיות וישיבות הצוות, ואיסוף תוצרי למידה שונים (Lincoln & Guba, 1985).

את אמינות המחקר ניסיתי להבטיח בעזרת בדיקת עקביות ניתוח הנתונים (בעזרת תיקוף הנתונים בקבוצת המחקר והבהרת הטיות). בנוסף, תיקפתי את ממצאי הניתוח באמצעות טריאנגולציה של נתונים מרובים מכלי מחקר שונים

יחד עם זאת, מחקרים איכותניים לעיתים גם משתמשים במושגי התוקף והמהימנות, גם אם אלו מקבלים פירוש שונה מאשר במחקר הכמותני. לאור מעמדם של מושגים אלו במדעי החברה, המחקר הנוכחי ממשיך ליישמם.

תוקף ומהימנות הינם מושגים המתייחסים לסבירות שממצאיו של מחקר אכן ניתנים להסקה רציונלית מתוך הנתונים שנאספו, ושאיסוף הנתונים עצמו נעשה בצורה אמינה. מטרתו של תוקף היא לבחון את האפשרות להכללה (שקדי, 2003). כאשר התוקף חיצוני, הוא אומד את האפשרות להסיק ממקרה המחקר המסוים אל אוכלוסייה רחבה יותר (Denzin & Lincoln, 2005; Holliday, 2013). התוקף הפנימי, משקף את ההתאמה בתוך המחקר, בניית ההסברים וניתוח הנתונים (Larsson, 2009; Yin, 2003). מהימנות המחקר משקפת את הדיוק והעקביות של תוצאותיו, כלומר, האם המחקר אכן אומד את הערכים אותם הוא בא למדוד. מהימנות נועדה לשלול את האפשרות שממצאי המחקר ומסקנותיו נשענים על נתונים לא עקביים.

המחקר המוצג כאן מכיל מצד אחד בחינה ברמת המאקרו, הכוללת ניתוח של הנתונים על פי קטגוריות וללא מיקוד במקרים פרטניים; ומצד שני הסתכלות ברמת המיקרו, הכוללת בעיקרה חקר

מקרים. הפירוש של תוקף ומהימנות שונה בין שתי הסוגות של המחקר, ועל כן אתייחס אליהם בנפרד.

ברמת המאקרו, הדרך העיקרית במחקר זה לתיקוף הממצאים הייתה איסוף הנתונים בכלים מגוונים (ראיונות, תצפיות ואיסוף מסמכים) והצלבה בין הנתונים הנובעים מהם (Silverman, 2013). הגדלת תוקף המחקר ומהימנותו נעשה באמצעים נוספים כגון הכרת השדה המחקרי לעומק, ושקיפות לגבי האופן בו נותחו הנתונים והוסקו המסקנות. כמו כן, הקטגוריות שנמצאו במחקר תוקפו תיקוף עמיתים וכן הממצאים נשלחו ליוזמי המחנה ומדריכיו למשוב.

מהימנות המחקר הושגה על ידי חזרתיות : מחנה הקיץ נחקר לאורך שלוש שנים. הערכים המתוארים בפרק הממצאים בעבודה (פרק 4) הינם כאלו שחזרו על עצמם בכל שלושת המחנות. מידת המהימנות נתפסת כגבוהה כאשר מתקבלים נתונים דומים בהפעלות חוזרות (צבר בן יהושע, 2001, עמוד 277), לכן ניתן לומר כי הערכים שנמצאו במחנה מהימנים.

3.5.1 תיקוף עמיתים

תוקף ומהימנות תלויים במידה רבה בכישוריו של החוקר (Gomm, Hammersley, & Foster, 2000; Miles et. al 2013; Yin, 2003). זאת מפני שהחוקר הינו כלי המחקר המרכזי : הוא שאוסף את הנתונים, מנתח ומפרשם, תוך כדי אינטראקציה עם מושא המחקר.

במהלך ניתוח הקטגוריות נערך תיקוף עמיתים בשתי שלבים. השלב הראשון נערך יחד עם שלושה עמיתים בקבוצת המחקר ואילו השלב השני נעשה עם מדריכים ומרצים במחנה.

השלב הראשון

עמיתים אלו התבקשו לסווג היגדים לקטגוריות תוכן (תיקוף עיוור), הקטגוריות לא ניתנו להם מראש אלא היה עליהם להמציאן. כלומר, ניתנו להם קטעים מתוך תכתובים של תלמידים, והם התבקשו לשייך לקטגוריות. הקטגוריות שתקפו העמיתים תאמו במידה רבה לקטגוריות שנמצאו בתהליך מציאת הקטגוריות.

הערכת התיקוף

- בעזרת העמיתים הגעתי להסכמה של 70-80% לקטגוריות דומות לשלי.
- בנוסף, בעזרת התיקוף העיוור נמצאו פרשנויות נוספות לממצאים, ובלט ההבדל בין מערכת החינוך הפורמלית לבין מחנה הקיץ ומדריכיו.

- תהליך בחירת ההיגדים ניתן גם הוא לתיקוף עמיתים. גם בו הייתה התאמה בין ההיגדים שנבחרו על ידי לבין בחירת ההיגדים על ידי העמיתים. תהליך זה של בחירת היגדים מתוך שיח של מרצה בטקס הפתיחה והסיום חידד והציף קטגוריות נוספות שלא מצאתי קודם וכן תיקף קטגוריות קיימות.

השלב השני

במחנה קיץ 2016, נערך תיקוף עמיתים עם מדריכים במחנה. התיקוף היה תיקוף קטגוריות בהתאם להיכרותם עם מחנה הקיץ. תיקוף זה נערך במסגרת ראיון-שאלון, במהלך תיקוף זה נשאלו המדריכים לגבי שיטות ההערכה שלהם במחנה, ולאחר מכן הוצגו הערכים שנמצאו במסגרת ניתוח הנתונים במחקר זה, והם נשאלו עד כמה הם תואמים את הערכים כפי שהם רואים אותם במחנה. בשלב זה השתתפו שלושה מדריכים ממחנה הקיץ 2016. המדריכים בטאו קריטריונים דומים טרם ראו את הקריטריונים שהצגתי והסכימו עם הקריטריונים שנמצאו במחקר לאחר שאלו הוצגו בפניהם.

3.6 אתיקה

המחקר התבצע באישור ועדת האתיקה של הטכניון. בפרט, המחקר התבצע באישור הורי התלמידים והסכמת תלמידים לביצוע צילומים וראיונות במחנה. האישורים עבור תלמידים שרואיינו למחקר התבצעו בכתב על גבי טופס הסכמה. בנוסף, כל משתתפי המחנה האחרים (שלא השתתפו בראיונות) התבקשו לציין על גבי טופס במידה אם יש להם התנגדות לצילום. במידה ותלמידה או הוריה הביעו התנגדות לצילום, מצלמות הווידאו לא הופנו כלפיה והחוקרת או מי מטעמה לא הופנו אליה ישירות.

התלמידים קבלו הסבר מפורט על מהלך המחקר והוסבר להם כי ההשתתפות במחקר היא וולונטרית. כמו כן, הובטח להם כי יציאה או אי השתתפות במחקר, בכל שלב שהוא, לא יפגעו בהם בשום צורה שהיא.

על מנת לשמור על פרטיות התלמידים, כל השמות שצוינו בעבודת הדוקטורט ובפרסומים אחרים הינם בדויים. כמו כן, טושטשו סממנים מזהים אחרים כגון שם בית הספר, שם המחנה ושמות המדריכים בפרסומים וכן יטושטשו בפרסומים עתידיים.

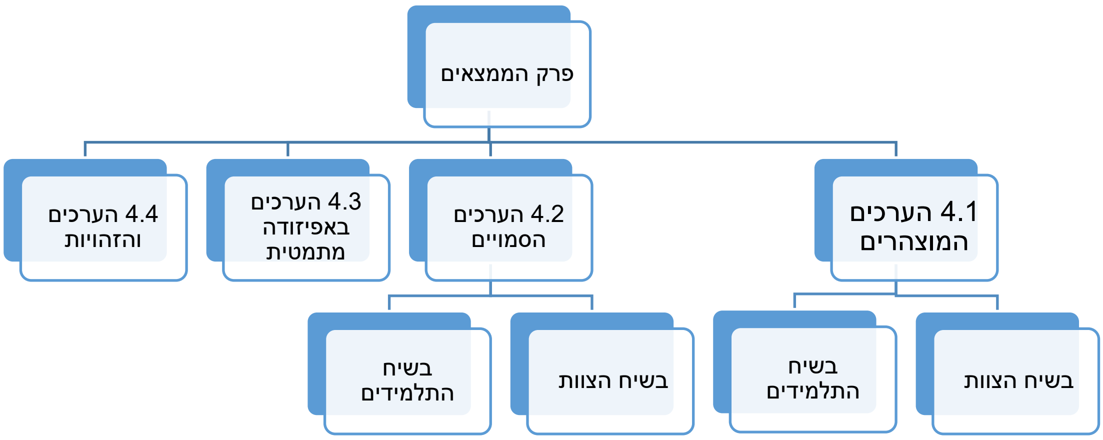
4 ממצאים

פרק הממצאים מאורגן על-פי מודל רבדי התרבות של Schein (2010) (המתוארים בסעיף 2.5.3) המאפשר לבחון יחסי גומלין בין למידה לבין תהליכים חברתיים ומוסדיים המתרחשים במחנה. בפרק זה אענה על שלוש שאלות המחקר:

1. מהם הערכים המוצהרים והסמויים של המחנה?
2. אלו זהויות מיועדות מטופחות במחנה וכיצד הן מתקשרות לערכיו?
3. האם, ואם כן כיצד, משתקפים ערכי המחנה בדרכי ההשתתפות בלמידה של התלמידים?

בפרק 4.1 אתאר את הערכים המוצהרים במחנה, ובפרק 4.2 את הערכים הסמויים במחנה. ערכים הוגדרו כ"מוצהרים" מרגע שנמצאו אמירות מפורשות לגביהם, אבל שבנוסף לכך נאספו גם כל הביטויים הסמויים שהתייחסו לערך הזה, ואילו ערכים שלא היו אמירות מפורשות לגביהם בשיח מחוץ לישיבות הצוות הוגדרו כסמויים.

הערכים שנמצאו בניתוח שיח הסגל שמשו כמסגרת לניתוח שיח התלמידים. לפיכך, בכל תת סעיף של פרקים אלו ייגזר הערך משיח המדריכים ולאחר מכן יתוארו הממצאים המקבילים של ערך זה בשיח התלמידים כמתואר באיור 4. בפרק 4.3 יודגם ניתוח אפיזודת שיח מתמטית בהן באו לידי ביטוי הערכים במהלך עשיה מתמטית במחנה. אפיזודה זו תיבחן באמצעות הגישה הקומוגניטיבית לאור החלוקה המוצעת על ידי גישה זו להשתתפות ריטואלית ולהשתתפות אקספלורטיבית (Heyd-Metzuyanim, 2015; Sfard & Lavie, 2005). יתוארו דרכי ההשתתפות בלמידה בהם משתקפים הערכים, ומתח בין ערכים שונים שבוטאו באפיזודה. בפרק 4.4 יתוארו הערכים שנמצאו במחנה בזהויות התלמידים, תערך השוואה בין סיפורי הזהות של שתי תלמידות לאור הערכים השונים שנמצאו במחנה.



איור 4 : תרשים פרק הממצאים

Figure 4: Chart of the Findings

4.1 ערכי המחנה המוצהרים

בסעיף זה אדון בערכים המוצהרים של המחנה. הערכים המוצהרים שנמצאו נוגעים הן להיבט של למידת המתמטיקה עצמה והן להיבטים חברתיים ורגשיים הקשורים לעצם ההשתייכות למחנה.

הערכים שיוצגו הם :

- **השתייכות לקהילה מתמטית** המתייחס להיבטים החברתיים הקשורים להשתייכות למחנה.
- **התמודדות עם קושי** המתאר את ההערכה להתמודדות עם קושי במהלך המחנה והתרגילים המתמטיים.
- **כתיבה מתמטית תקנית** המדגיש את החשיבות המיוחסת לכתיבה מתמטית.

כל ערך יתואר תחילה בשיח הצוות ולאחר מכן בשיח התלמידים ויתוארו הפערים בניהם.

4.1.1 השתייכות לקהילה מתמטית

הערך של השתייכות לקהילה המתמטית נבחן בשני מישורים עיקריים :

הראשון יוחס לקהילת המחנה הנוכחי והשני - לזהות מיועדת והשתייכות עתידית לקהילה מתמטית אקדמית. בנושא קהילת המחנה הנוכחית, אבחן את הקהילה ברמה הלימודית, ברמה החברתית כמפיגה את הבדידות של תלמידיה, וכמתבדלת ממסגרות אחרות שמחוץ לה.

4.1.1.1 השתייכות לקהילה מתמטית בשיח הצוות

צוות המחנה התייחס למושג הקהילה מכיוונים שונים: לעיתים קהילה שמשה לפעילויות חברתיות והפגת בדידות, לעתים כמסגרת לפתרון חידות מתמטיות יחד, ואף תוארה כגורם נוסטלגי המושך תלמידים לחזור לטכניון ללימודים גבוהים.

קהילתיות הוזכרה מיד בטקס הפתיחה של המחנה, ובו המרצה מנחה את התלמידים: "אתם עכשיו נכנסים למשפחה של תומבה ואתם בחברה טובה [טקס_פתיחה, שורה 22]". הכניסה למשפחה מתוארת כנבדלות מהחברה בה הם היו קודם, דבר המודגש גם בטקס הסיום: "הדעה בציבור הכללי היא שמתמטיקה היא דבר שצריך וראוי לשנוא אותו, ולקטר עליו, אבל יש מעטים מובחרים שרואים את המתמטיקה כמו שהיא עם היופי העצום שטמון בה, וחשוב שהחברה האלה ידעו שהם לא לבד, שהם יכולים לחלוק את החוויות האלה [טקס_סיום, שורה 7]".

תיאור המחנה כאמצעי להפגת בדידות התלמידים התבטאה גם בישיבות הצוות. לדוגמא, רכז המחנה סיפר כי "ניר (תלמיד לשעבר במחנה שזכה באולימפיאדות למתמטיקה) אולי פגש פה חברים, זה לא פחות חשוב לראות שהם לא לגמרי מוזרים בעולם... הילדים האלה הם הרבה פעמים לבד [W1D5Z,14]". הרכז התייחס לבדידות החברתית כמשהו שמאפיין תלמידים אלו. דבר זה התבטא גם בסיפורו של דיקן הפקולטה למתמטיקה בטקס הסיום: "כאשר הייתי בגיל הזה השתתפתי במחנה לנוער שוחר מדע... ואני זוכר את המחנה הזה גם בזכות הידע המתמטי שנחשפתי אליו וצברתי באותה תקופה אבל בעיקר בגלל האספקט החברתי שבו אני זוכר שכשבאתי מבית ספר שבו בשפה של היום הייתי החנון, ולא היה לי עם מי לחלוק את ההתעניינות שלי למתמטיקה ופתאום ראיתי שיש קבוצה נכבדה של אנשים כמוני עם התעניינות שדומות, זה היה בשבילי חוויה מאוד משמעותית ואנחנו שמרנו על קשר אותה קבוצה של אנשים שהשתתפו ויש לי עד היום חברים אישיים מאותו מחנה לפני למעלה מארבעים שנה. אז אני מקווה שגם אתם המשתתפים של המחנה הנוכחי תצאו מפה עם חוויה דומה ושתשמרו על קשר ביניכם [טקס סיום, שורות 8-13]".

נראה כי גם הדיקן ייחס חשיבות רבה יותר להיבט החברתי מאשר לידע המתמטי. גם רכז המחנה בראיון עימו סיפר "החלק החברתי, בינינו, חשוב תמיד... מישהו לומד פה, ויש לו גם חברים, הם שואלים חידות ואחר כך ממשיכים בווצאפ. אתה פותח קהילה שלמה שמתעסקת במתמטיקה. זה משהו שאין אותו... זה לא כמו חוג [רכז המחנה_13, סיום]". כלומר הקהילה חשובה לא רק עבור הצרכים החברתיים של התלמידים אלא גם כדי לספק להם חברה לעשייה המתמטית.

כחלק מהשתייכות לקהילה, הושם דגש על ייחודיותה, בין השאר באמצעות התבדלות מהמסגרת הבית ספרית. לדוגמא, בישיבת צוות, מדריכה תיארה תלמיד בשם ישי כמתקשה מאוד ותוך כדי כך

אמרה "אמיר אמר לי, ואני קיבלתי בבגרות במתמטיקה מאה בחמש יחידות ופתאום לבוא לפה ולא מבין כלום [W1D4Z,14]". כלומר, נראה כי ישי ראה את המחנה כהמשך ישיר של מערכת החינוך התיכונית, אך נתקל במערכת הערכה שאינה קשורה כביכול לציוני הבגרות במתמטיקה, ואילו מדבריה של המדריכה משתמע ש"בגרות במתמטיקה" שונה מהותית מהמתרחש במחנה, ולכן זהו סימן לייחודיות הקהילה. בשיח המדריכים בולט **היעדרה** של כל התייחסות להצלחה בבית הספר כקריטריון להצלחה במחנה (לעומת האוכלוסייה הכללית בה "5 יחידות" מהווה סממן זהותי חשוב להצטיינות). יותר מכך, בראיון עם רכז המחנה, כאשר נשאל "אילו תלמידים אתם מחפשים למחנה?", ענה: "בעיקרון תלמידים שיודעים לפתור שאלות לא סטנדרטיות, לא בית ספריות. יש שם (בראיון הפתיחה למחנה) מלא אנשים שבאים מ- 5 יחידות, 5 יחידות, 5 יחידות, ובאים לפתור, ולא מצליחים (לפתור את התרגילים) [רכז המחנה_15, סיום]". בקטע זה מודגש הניגוד בין הצלחת התלמידים בלמידת מתמטיקה ברמת חמש יחידות בבית הספר לבין אי הצלחתם בראיון הקבלה למחנה. הרכז המשיך לתאר "זה לא שלי (השאלות המתמטיות שהציג), זה שאלות סטנדרטיות, בעולם המתמטי הרגיל. אבל הם לא מכירים, הם לא נחשפים לזה, הם לא נכנסים למחשבה הזו בכלל. נכנסים לחשיבה טכנית, מכנית, בית ספרית, ככה פותרים את זה, ככה עושים את זה, ואף פעם הם לא לומדים לחשוב, לא מלמדים אותו לחשוב באמת, מלמדים אותו לחשוב בכאילו... בתוך אקסיומות סגורות, אבל לא מלמדים לחשוב". השאלות המתמטיות בראיון הקבלה מוצגות כשאלות לא בית ספריות. כלומר, הניגוד לבית הספר ומערכת החינוך בא לידי ביטוי בסוג השאלות וממילא גם בשיטות ההערכה. יחד עם זאת הרכז לא תאר את ההבדל בין המחנה לבית הספר באופן מפורש. כלומר, עבורו ההבדל היה כנראה כה ברור שלא נדרש הסבר לתארו.

השתייכות לקהילה עתידית

ההשתייכות לקהילה מתמטית התבטאה לא רק בהשתייכות למחנה הנוכחי אלא גם בהשתייכות עתידית לקהיליית המתמטיקה בכלל ולפקולטה למתמטיקה בטכניון, על אנשי הסגל שבה. גישה זו תוארה בראיון עם רכז המחנה: "לאט, לאט אתה מכניס אותם לעולם המתמטי, כבר עכשיו אתה חושף אותם, דבר שיכול **להשפיע** עליהם אחר כך מה ללמוד". כלומר, רכז המחנה ראה במחנה כלי להשפעה על הקריירה העתידית. דוגמא נוספת מתוארת בטקסי הפתיחה והסיום. מרצים שונים הדגישו תיאור של בוגרים מוצלחים של מחזורים קודמים של המחנה כאקדמאים מצליחים במתמטיקה ובמקצועות משיקים: "אתם המחזור השביעי של תומבה ויש לנו כבר בוגרים של תומבה בהרבה מקומות, באוניברסיטאות, לומדים תואר ראשון, תואר שני...[טקס פתיחה, שורה 2]". משפט זה

תאר במובלע את הזהות המיועדת של תלמידי המחנה, באמצעות ציון התלמידים שסגל המחנה גאה בהם, כסטודנטים באוניברסיטה, לא רק לתואר ראשון אלא גם מעבר לכך.

אחרים לא הסתפקו בייעוד הסטודנטים ללימודים באוניברסיטה אלא אף הרחיקו לעבר זיהוים המיועד של התלמידים כחוקרים. למשל, דיקן הפקולטה איחל בטקס הסיום "שנזכה לראות חלק מכם לפחות כסטודנטים והלאה כחוקרים אצלנו בפקולטה [טקס סיום,שורה 13]". בנאום אחר לתלמידי המחנה והוריהם, צויין כי "יש לתומבה הצלחה כבירה, יש הרבה סטודנטים באוניברסיטאות בתואר ראשון. יש לפחות שני סטודנטים בוגרים של תומבה שעושים דוקטורט במתמטיקה [טקס סיום, שורה 34]". מרצה נוסף תאר את התלמידים "אתם דור ההמשך שלנו, ולראות אתכם זה שווה.. אנו רוצים לעורר השראה בתלמידים ללמוד מתמטיקה בטכניון ואנחנו מחכים לכם שתבואו לכאן... [טקס סיום, שורה 35]". עוד ציין המרצה כי "המטרה של הפקולטה שיבואו עוד תלמידים ללמוד בה ותומבה עוזרת למטרה הזו להתממש".

לסיכום, ההשתיכות לקהילה מתמטית כערך הודגשה בדברי הצוות גם, אך לא רק, באמצעות ההבדל בין המתמטיקה המתבצעת במחנה למתמטיקה הבית ספרית, ובסלילת דרכי התלמידים והכוונתם ללימודים גבוהים במתמטיקה.

4.1.1.2 השתייכות לקהילה מתמטית בשיח התלמידים

ניכר כי החשיבות שיוחסה להשתייכות לקהילה המתמטית על ידי המדריכים ומנהלי המחנה הדהדה גם בשיח התלמידים. חשיבות זו התבטאה בשיח התלמידים בלגיטימציה שניתנה לשיח מתמטי ובהפגת הבדידות של התלמידים. בלטה גם ההשוואה בין המחנה לחברה מחוצה לו. ההשתייכות לקהילה התבטאה גם כהשתייכות עתידית לקהילה מתמטית.

תלמידים תארו את היתרונות החברתיים במחנה בצורות דומות, שהמשותף להם הוא האפשרות לפתור ולדבר על מתמטיקה. בציטוטים בהמשך חוזר על עצמו מוטיב הבדידות בטרם הכניסה למחנה, כאשר לעומתו - החברה במחנה תוארה כמאפשרת שיח מתמטי וכמפיגה את הבדידות. לדוגמא תומר סיפר "לפגוש עוד חנונים כמוני ... באים באמצע הקיץ לפתור מתמטיקה[תומר_13, סיום]". יתרון נוסף של הקהילה נאמר על ידי אמיר בראיון עמו:

> "קודם כל, כל הרעיון הזה, של אנשים מאותה קבוצה שהם חושבים שהם לבד בעולם...שהם שונים מכל השאר והם תקועים מזה, אז זה מאוד יפה שיש את הדבר הזה ...לכל מחנה כזה יש לכל האנשים **שפה משותפת**. למשל במחנה מתמטיקה כולם יכולים לדבר על הדברים שהם אוהבים, מבלי שמשהו יאמר, אהה, זה לא טוב, אתה חנון [אמיר_14, סיום]".

הדגש בסיפור של אמיר הוא על תחושת הבדידות "לחשוב שאתה לבד בעולם", מחוץ למחנה מחד לגלות תלמידים "כמוך" ולדבר שפה משותפת במחנה בלי שיפוטיות חברתית "כולם יכולים לדבר על הדברים שהם אוהבים, מבלי שמשהו יאמר אהה זה לא טוב אתה חנון זה לא מגניב" מאידך.

התלמידים שהגיעו למחנה תארו יחס מסתייג מסביבתם הבית ספרית. לדוגמא, במהלך שיעור, תלמידים סיפרו כי הם לא דברו על הנושאים האלה (מתמטיקה) בכיתה בבית הספר, "כי אם נדבר על הנושאים האלה בכיתה, אז נהפוך להיות ילדי כאפות [W1D3C3U,15]". דוגמא נוספת לכך נתן אביאל בסיפורו על חוויותיו מחוץ למחנה "אם אתה בסביבת אנשים שהם יודעים שאתה יודע, והם לא יודעים, זה מאוד לא נעים להם, ואז גם לך יש תחושה לא נעימה, הם יותר תוקפניים כזה [אביאל_14, סיום]". מדבריו אלה משתמע כי עדיף לא לדבר על מתמטיקה בסביבה היום יומית. דוגמאות נוספות נוגה תארה "רוב החברות שלי בארבע (יחידות מתמטיקה), את יודעת, הן אומרות נו מתמטיקה, בואו נגמור עם זה". או גבי שתאר, "זה היה ממש ממש כיף לבוא למקום שיש שם אנשים שאוהבים מתמטיקה... היה לי מאוד מאוד מוזר כאן בהתחלה. חשבתי לא **לדבר** על הקורסים שאני לומד באוניברסיטה ודברים כאלה, לאט לאט הבנתי שזה לא, שזה לא כאילו, זה לא כל כך שחצנות, שיש פה הרבה תלמידים שעושים דברים כאלה [גבי_15, סיום]". בציטוט זה מתואר הדיבור על הקורסים כהשתחצנות, שאינה במקומה באוכלוסיה הרגילה, אך הדיבור על קורסים באוניברסיטה מבחינתו התאפשר במחנה כיוון שהשתתפות זו לא בידלה אותו מהאוכלוסיה, ולכן לא נתפסה כשחצנות.

שירן ספרה על הקושי שלה להגיע למחנה מתמטי "זה שהגעתי לפה וזה קשה, יותר מבחינה תדמיתית,... והרבה אנשים לא ילכו לזה כאילו כי זה מחנה מתמטיקה בקיץ וזה כאילו הדבר הכי נורא שיכול להיות. הרבה אמרו לי כאילו מה אני הולכת לפה וכזה, אבל אני שמחה שהגעתי לפה, זה מוכיח לי שאני מאמינה במה שאני חושבת ולא במה שאחרים אומרים לי [שירן_15, סיום]". עצם ההגעה של שירן למחנה לא היתה מובנת מאליה, מצד החברה ממנה באה, היו שתארו מחנה כזה כדבר נורא. דבר זה מדגים דלגיטימציה לעשיית מתמטיקה בחברה ממנה באה.

רוב התלמידים שרואיינו תארו את המחנה כשונה באופן מהותי מבית ספרם. יוצאים מן הכלל היו שני תלמידים שלמדו בבית ספר ייחודי ומסנן ותארו חוויה קצת אחרת: "וכבר הייתי בשיחות בשתיים בלילה (בפנימיה)... שרבים שם תמיד מוסיפים איזה עקרונות מתמטיים כדי להוכיח את זה,

וזה מצחיק[30] [לירון_14, סיום]" או ברכה כשהשוותה את התיכון שבו היא לומדת למחנה "לדעתי הם (התיכון והמחנה) ממש הולכים ביחד, נראה לי שזה דווקא מתאים. אני רואה את רוב הילדים (מבית הספר בו היא לומדת),..., הולכים ונהנים במחנה [ברכה_14, סיום]", והוסיפה "אצלנו בתיכון לומדים יותר תורת המספרים ויש גם העשרה במתמטיקה בשעות החופשיות".

אלמנט נוסף בו התלמידים השתמשו בתהליך החיברות לקהילה הוא הומור מתמטי, ולא במקרה. ההומור חיבר בין חברי המחנה בהיותו ייחודי לקהילה, מבדל מפני החוץ כפי שיודגם בהמשך, ועל כן גם בידל את מסגרת המחנה מן החוץ.

חשיבות ההומור קיבלה ביטוי בפעילויות שונות - בכיתה, בזמן החופשי ובראיונות. למשל מירי סיפרה בראיון עימה שבאחד מערבי המחנה "דיברנו גם על אינדוקציה עם קונספירציות, והפכנו את זה להומור [מירי_14, סיום]". מירי במשפט זה שילבה בין פעילות חברתית שנעשתה במחנה, בה תלמידים הרצו הרצאות קצרות בתחומים שונים, שם אביאל הרצה בנושא קונספיקציות, לבין האינדוקציה שנלמדה במחנה. דוגמה זו ממחישה בבהירות כי כי ההומור במחנה שילב מתמטיקה והיבטים חברתיים קהילתיים.

ההומור הופיע גם בשיעורים. לדוגמא, המדריכה רחל סיפרה, במהלך השיח בכיתה על מושג אינדוקציה, את הבדיחה הבאה:

> מדריכה רחל: שאלו איש מדעי המחשב איך להוכיח כי כל האי זוגיים הם ראשוניים. אז מה הוא עשה? הוא אמר, '3 ראשוני 5 ראשוני 7 ראשוני 9 טעות מדידה'.
>
> לירון: (צוחק)
>
> מירי: מה זה טעות מדידה?[31]
>
> לירון: טעות מדידה זה טעות חישוב.
>
> מדריכה רחל: ואז שאלו ארכיטקט והוא אמר אין בעיה רק תסברו לי מה זה אי זוגי.
>
> טל ומירי: (צוחקות)
>
> לירון: ואז שאלו ביולוג והוא אמר, 3 ראשוני חמש ראשוני 7 ראשוני 9 ראשוני. [W1D2C3R,14]

בדוגמא ניתן לראות את פעולת הבידול, במקרה זה של המתמטיקאים מאקדמאים אחרים. אך ניתן לומר גם יותר מכך, ניתן לבחון את החיברות של התלמידים לקהילה דרך ההשתתפות בהומור. בקטע לעיל, מצד אחד, מירי קטעה את הבדיחה ושאלה על מושגים מתוך הבדיחה כמו 'טעות

[30] בתאור זה הוא משווה את מה שחש במחנה לאירועי עבר בבית הספר.
[31] כאן רואים כי מירי לא הייתה בקיאה במילים שנעשה בהם שימוש, הפסיקה באמצע הבדיחה ושאלה.

מדידה׳, ומנגד, לירון השתלב בכך שהוא לא רק צחק במקומות הנכונים אלא גם המשיך את הבדיחה. בנוסף ניתן לומר כי המדריכה ״הכניסה״ את התלמידים לקהילה באמצעות בדיחה זו. לבסוף, ניתן לנתח גם את תוכן הבדיחה – שמניחה הכרות עם ראשוניים, עם כך שהטענה שכל האי זוגיים ראשוניים אינה קבילה מתמטית, עם הידיעה שאנשים במדעי המחשב מתייחסים ״טעויות מדידה״ (לעומת מתמטיקאים שבזים להן). כלומר, גם תוכן הבדיחה מניח היכרות עם מושגים שעוזרת לתהליך החיברות.

לא רק מדריכים הובילו את ההכנסה לקהילה באמצעות בדיחות, גם תלמידים השתתפו ואף יזמו זאת. למשל, לאחר שהמדריך (אורי) הדגים כיצד מוכיחים באינדוקציה כי סכום האיברים של סדרה חשבונית מ1 עד n הוא $n(n-1)/2$, התלמידים שאלו על גאוס, שהאגדה מספרת כי הוא הראשון שגילה את הנוסחה בהיותו בן שבע:

> מדריך: זה שהוא (גאוס) היה קטן וממש חכם, אולי יותר מכולנו ביחד, כנראה (מחייך) לצערי..
>
> דוד: אני גאוס השני.
>
> תלמידים :(צוחקים) [W1D1C2U,15].

בעוד שגאוס הינו דמות מוערצת בתרבות המתמטית אך נתפסת כבלתי ניתנת להשגה, ההזדהות של דוד עם גאוס והצגתו כגאוס השני הצחיקה את התלמידים אולי מכיוון שזיהה את עצמו עם אחד הדמויות האידיאליות בקהילה דוגמא זו מתארת אמירת זהות בשפה מתמטית.

דרך נוספת לשימוש בהומור הייתה שאילת מושגים מתמטיים על מנת לתאר התרחשות לא מתמטית. לדוגמא, התלמיד אחיה הצחיק את הכיתה כשתאר את קצב העבודה שלו: ״אני בשאלה מודולו[32] משהו של מה שאתם [W2D3C1M, 14]״. פרוש האמירה של אחיה היא אני מספר שאלות מאחוריכם. שתי הדוגמאות האחרונות מתארות אמירות זיהוי של תלמידים על פעילותם או זהותם בעזרת מילים מתמטיות או אושיות תרבות מתמטיות.

ההומור המתמטי תואר באופן מפורש כמפריד בין המחנה לבית הספר. אביעד תאר זאת כך: ״מה ששונה (בין המחנה לבית הספר) זה נושאי שיחה. בבית ספר מדברים על שטויות, לא שטויות - דברים של היום יום כאלה, שזה כן מעניין וחשוב אבל צריך גם לדבר על דברים כאלה: לספר בדיחות לא

[32] מודולו משהו, בשפה מתמטית מסומן mod n, חשבון מודולו משאיר את השארית של המספר בחלוקה n, לכן המשמעות של אני בשאלה מודולו משהו מה שאתם הוא שהוא נמצא בשאלות פחות מתקדמות משאר הקבוצה.

מצחיקות שרק מתמטיקאים יכולים להבין ולצחוק מזה רק כי פשוט אתה היחיד שיכול להבין את זה, ולא כי זה מצחיק [אביעד_14, סיום]".

נראה כאן הרצון מצד התלמידים להשתייך לקהילה שסממני הייחוד שלה מהחוץ משמשים בו זמנית גם כדבק מבפנים, כלומר, באמירה "בדיחות לא מצחיקות" – אביעד לקח את נקודת המבט של האדם שאינו מתוך הקהילה המתמטית. את "מתמטיקאים" הוא הגדיר כאנשים שצוחקים מה"בדיחות הלא מצחיקות". אבל אביעד **כן** צוחק מהבדיחות האלה. כלומר יש כאן שיוך עצמי לקהילה באמצעות תיאור שלה הן כמבט של איש חיצוני והן כמבט של מישהו פנימי לקהילה. סממני היחודיות של הקהילה כללו לא רק למידת מתמטיקה מתקדמת או האפשרות לדבר על מתמטיקה בשעות הפנאי, אלא הומור שכולל "בדיחות לא מצחיקות של מתמטיקאים".

בדומה לבידול שערכו המדריכים בין המחנה לבין בית הספר, גם התלמידים ערכו השוואות דומות. בידול זה נמצא מלבד בלגיטימציה לעשיה מתמטית והפגת הדידודת שתוארה מעלה גם באופן הערכת ההצלחה (או הזיהוי כמשתתף מוצלח),.

הערכת הצלחה

במחנה הערכה אינה מבוססת על ציונים. התרבות של המחנה עבור התלמידים היא תרבות חדשה שאינה מובנת מאליה, והתלמידים, כמצטרפים חדשים לקהילה, נדרשים ללמוד אותה במקביל ללמידה העיונית (Schein, 2010). בשיח להלן בין התלמידים מירי ויואל ניתן לזהות את נסיונה של מירי למצוא את מקומה בתרבות החדשה והנבדלת של המחנה. מירי שאלה את יואל מה היו ציוניו בשנה שעברה. כתגובה הוא ענה: "בתעודה משהו כזה, 91, בכל המקצועות הצטיינות אבל לא יתרה [W1D2C1,14]. מירי בתגובה ענתה לו "אני קיבלתי בתעודה 97, זה מסביר לך למה אני פה". כלומר הציונים הגבוהים בבית הספר הסבירו את הגעתה למחנה, אך עם זאת הוסיפה "ולמה אני לא מבינה כלום?". מקטע זה ניתן לראות את קשיי ההסתגלות של מירי לדפוסי ההערכה החדשים במחנה. מצד אחד, היא עדיין רגילה לזהות את עצמה על פי ציונים ("קיבלתי 97 בתעודה"). מצד שני, כבר ברור לה שהסתגלותה למחנה איננה אופטימלית ("למה אני לא מבינה כלום?"). זאת ועוד, מסיפורי זהות נוספים על יואל, ידוע כי יואל זוהה כמצטיין. כלומר, הפער בין ציוניו ה"נמוכים" יחסית בבית הספר לבין זהותו במחנה הפליא את מירי.

התמיהה על כך שציוני בית הספר לא משקפים את רמת התלמיד במחנה חזרה גם בראיונות, כמו לדוגמא בראיון עם שי: "אני קיבלתי בבית הספר 100 וכאן אני לא מבין". השתאות זו הינה תוצר של קריטריונים להערכה אשר נבדלים באופן מהותי בין שני העולמות, בית הספר והמחנה. מעבר

לקריטריונים להערכה תלמידים תארו את השוני גם בסגנון הלימוד (ראו פרק 4.2.2. רקע מתמטי). השתייכות התלמידים לקהילת המתמטיקה באה לידי ביטוי לא רק בסיפורים שלהם על המחנה ועל ההשתלבות בו, אלא גם בסיפוריהם על השתייכותם העתידית לקהילה המתמטית.

השתייכות לקהילה מתמטית בעתיד

בשיח התלמידים תואר המחנה כפותח דלת למתמטיקה אוניברסיטאית. רוב התלמידים שרואינו (18 מתוך 30 תארו את הזהות המיועדת שלהם) תארו חוויה שתשפיע על הזהות המקצועית המיועדת שלהם לכיוון של מתמטיקה, כמו לדוגמא עמית סיפר בראיון עמו: "אני הולך להיות באוניברסיטה העברית, רציתי לעשות אסטרונומיה או תאטרון, גם מתמטיקה הייתה אחת מהאפשרויות ועכשיו זה בעדיפות יותר גבוהה. שבועיים כאלה עושים את ההבדל [עמית_15, סיום]". או גבי שתאר: "זה (המחנה) גרם לי לרצות לעבור לאוניברסיטה נורמלית ולא לאוניברסיטה הפתוחה, להיות עם עוד ילדים ולא להיות לבד [גבי_15, סיום]".

תרומת המחנה לא התבטאה רק בזהות המיועדת האקדמית, אלא גם כהפניה למסגרות אחרות כמו אולימפיאדות ויחידות מודיעין בצבא. לדוגמא, אביעד סיפר "לדוגמא האולימפיאדה למתמטיקה ידעתי שזה קיים[33], אבל לא חשבתי שאני אלך לשם, אולג שהיה איתי בקבוצה שהוא נורא נורא חכם. היה שם והוא למד הרבה דברים, אז אולי אני אלך לשם ואולי לא, אבל זה פתח לי את הכיוון [אביעד_14, סיום]". לירון תאר את חשיבתו על האפשרויות לממש את הידע שלו במהלך השרות הצבאי כתוצאה מהמחנה: "בשבת (שהיתה באמצע המחנה) קיבלתי צו ראשון, ושאלתי את אח שלי וחברה שלו על האפשרויות הקיימות... הם מכירים כל מיני אנשים מכל מיני מקומות (ביחידות הצפנה ומודיעין)... אני מניח שזה קשור (למחנה), כמו זה שהייתה לנו את ההרצאה מהצבא [לירון_14, סיום]". כלומר, אביעד תאר את המחנה כתורם גם לזהות עתידית מחוץ לכותלי האוניברסיטה.

אביאל "תואר ראשון אני מתכנן לסיים בפתוחה או באוניברסיטת תל אביב, ... אני לא אעשה בטכניון תואר ראשון בטכניון, זה לא שינה את הכיוון האקדמי, אולי לכיוון של תואר שני [אביאל_14, סיום]". כלומר אביאל שקף חשיבה גם מעבר לתואר ראשון, לעבר מחקר בתחומים מתמטיים. דבר זה לא הופיע אצל רוב תלמידי המחנה שרואיינו, למעט תלמיד נוסף, יואל, שציין בראיון עימו את כוונותיו לסיים דוקטורט במתמטיקה ולפתח קריירה אקדמית.

לעומת זאת, לא כל התלמידים שהשתתפו במחנה שקלו להמשיך בתחומים מתמטיים. שלום אמר: "אני פחות טוב בתומבה כי זו רמה אוניברסיטאית אבל בבית ספר זו רמה שאני אלוף בה... אני לא

[33] הקישור בין המחנה לאולימפיאדה נעשה גם בטקס הפתיחה, ראו נספח ו'.

חושב שאעשה תואר במתמטיקה[שלום_15, סיום]". יתכן שהפער של שלום בין הזהות שלו כתלמיד המחנה ("פחות טוב בתומבה") לבין הזהות שלו כתלמיד תיכון במתמטיקה ("רמה שאני אלוף בה") היא זו שמנעה ממנו השתייכות עתידית לקהילה מתמטית אקדמית.

עדותו של שלום לגבי ההבדל בזהות המתמטית הבית ספרית והזהות המתמטית במחנה לא היתה ייחודית. ממספר ראיונות עלה כי לעיתים הזהות המתמטית של התלמידים מתערערת במהלך המחנה. לדוגמא, שי תאר "אני סבבה במתמטיקה, אני לא חושב שאני ... **במיוחד אחרי המחנה ראיתי גאונים מטורפים כאילו שפותרים דברים** שאפילו לא חלמתי לפתור לבד, או עולים לכיתה י' ומתחילים כבר תואר" [שי_15, סיום]. כלומר עבור שי, המחנה העלה את החשיפה למגוון האפשרויות להתקדמות במתמטיקה, חוויתיו והתיחסותו לתלמידים אחרים כ'גאונים' היתה מבוססת על הפתרון שלהם באופן עצמאי. ההשוואה של שי את עצמו לתלמידים אלו, מדגימה ערעור של הזהות המתמטית.

לסיכום, בשיח התלמידים ניכרה ההשתיכות לקהילה מתמטית. ההתיחסות לקהילה תוארה בעיקר כמקום בו ניתן לשוחח על מתמטיקה, וכללה גם הומור מתמטי. הודגש ההבדל בין קהילת המחנה לבין בית הספר ותוארה השתייכות עתידית לקהילה מתמטית.

4.1.2 התמודדות עם קושי

התמודדות עם חוסר הצלחה מיידי התבטאה במחנה באמצעות שתי מילים עיקריות: "קושי" ו"אתגר". שתי מילים אלו, למרות הדמיון ביניהן, מגלמות משמעויות שונות. בעוד "קושי" מגלם בעיקר את החוויה הרגשית בהתמודדות עם חוסר הצלחה, "אתגר" מגלם את ההנחה כי תהיה בסופו של דבר התגברות על הקושי. לפיכך, ההבדל בין קושי ואתגר הוא משמעותי - ההתייחסות לאתגר חיובית יותר מההתיחסות לקושי[34]. בשיח התלמידים היתה התיחסות מרובה לקושי ולהתמודדות עימו ולא רק לאתגרים מתמטיים.

4.1.2.1 התמודדות עם קושי בשיח הצוות

ההתמודדות הרגשית של התלמידים התבטאה כבר בדפי הפרסום, המחנה הוצג כמתאים לתלמידים אשר "אוהבים מתמטיקה ... [ו] **לא מפחדים מאתגרים** [נספח ח']". כלומר הרגשות שהתבטאו בדפי הפרסום הם אהבה למתמטיקה, ההתמודות עם אתגרים וחוסר פחד.

[34] השוואת ההגדרות המילוניות בויקיפדיה, מראות The difference between challenge and difficulty is that challenge is an instigation or antagonization intended to convince a person to perform an action they otherwise would not while difficulty is the state of being difficult, or hard to do.

גם בטקס הפתיחה מופיעות מילים בעלות קונוטציה רגשית, המתקשרות לקושי ואתגר כמו לחץ ובהלה. בטקס הפתיחה, ייעץ המנחה לתלמידים: "אל תלחצו, אל תיבהלו, אפילו תרגיל אחד, תרגיל שני, שאתם לא מצליחים זה לא נורא, העיקר זה להתקדם ללמוד ולהמשיך הלאה [טקס הפתיחה, שורה 38]". גם לאחר מעבר לנושא אחר, חזר והדגיש שוב המנחה ש"בכל אופן, מה שאני רוצה להגיד, הנקודה היא שלא רק את התרגילים הקשים לא מצליחים אלא לפעמים לא מצליחים גם תרגילים קלים או תרגילים בינוניים ואין בזה שום בעיה ואין בזה שום דבר רע, זה בעצם המטרה של המחנה, **שלא תצליחו הכל** והכל יהיה פשוט ומחר תוכלו ללכת הביתה, אלא **שתלמדו משהו** [טקס פתיחה, שורה 37]". ערך ההתמודדות עם אתגרים עולה באופן מפורש מדברי המרצה הפותח את המחנה, כאשר הוא מסביר שהתמודדות עם אתגרים הינה חלק מכונן ויסודי של הלמידה במחנה, וכי חלק מהאתגר הוא הקושי, או חוסר ההצלחה.

ההתמודדות תוארה גם בישיבות הצוות. לדוגמא, כאשר תמי המדריכה תארו תלמידים שהתקשו בכיתה, רכז המחנה תאר את חווית התלמידים בתור "ה'שוק' (Shock) של סמסטר ראשון בטכניון [W1D2Z,14]", גם כאן השימוש במילה בעלת קונוטציה רגשית ("שוק") מתארת את החוויה של תלמידים בסמסטר הראשון המתרגלים בקושי רב לסגנון הלימודים ולכללים החדשים והשונים בלמידה. רכז המחנה תאר את המחנה כמרכך את קושי ומאפשר את ההתמודדות עם משברים אלה.

לסיכום, ערך התמודדות עם קושי, הוזכר בשיח הצוות במחנה כאתגר, דובר על ההתמודדות כחלק מתהליך הלימוד, והודגש שבמחנה לא רק מצליחים והשאלות לא קלות. בישיבות הצוות הוזכרה גם התמודדות עם אתגרים תוך שימוש במילים בעלות קונטציה רגשית, אשר שמה את ההתמודדות עם המתמטיקה לא רק כקושי קוגניטיבי אלא גם במישור הזהותי-רגשי.

4.1.2.2 התמודדות עם אתגרים בשיח התלמידים

בחלק מהותי משהותם במחנה, התלמידים התמודדו עם קשיים מתמטיים, כמו פתרון תרגילים קשים, וקשיים רגשיים כגון התמודדות עם חוסר הצלחה או לחץ זמן. נושא זה עלה באופן מפורש בדברי התלמידים. לדוגמא, כאשר אביעד נשאל בראיון למי מתאים המחנה, הוא ענה: "למישהו שיכול להתמודד עם קושי[אביעד_14, סיום]", והוסיף "כי הרי את החומר, כולם פה באים עם רמות שונות של חומר. מה שמשותף לאנשים שכאן זה שמי שלא מצליח הוא לא נשבר ועוזב, אלא נשבר ומאחה את עצמו [אביעד_14, סיום]". אביעד הזכיר את השבירה במחנה, המזכירה את "שוק הסמסטר הראשון" שתאר בסעיף 4.1.2.1 רכז המחנה. בדוגמא נוספת, בראיון עם ברכה, תוארה חוויה דומה: "מצד אחד זה (פתרון תרגיל מסוים) קצת מייאש ומצד שני דווקא יותר רציתי לדעת את התשובה [ברכה_14, סיום]".

באמירה זו ברכה מגיעה עם ערכי שמגיעים מחוץ למחנה שם קושי גורר יאוש אבל נראה כי דווקא ההתמודדות עם הקושי עודדה אותה לרצות להבין יותר, כלומר יתכן שיש במשפט זה תאור של הפנמה של התמודדות עם קושי. בדומה לכך, עופר תאר "כדי להצליח (צריך) להתאמץ, לא לנסות לברוח [עופר_15, סיום]". גם כאן ההתמודדות עם הקושי היא בעזרת מאמץ ולא כבריחה.

תלמידים תארו את קשייהם: "היה לי קשה לא פעם אחת בתהליך של פתרון" או "היה לי קשה בכל מיני סוגים של הוכחות" כששי נשאל, האם היה לו משהו קשה במתמטיקה, ענה "עד שהגעתי לכאן לא כל כך, כאן זה היה ממש קשה[שי_15, סיום]". כלומר, המחנה הציב תלמידים שלא היו רגילים להתמודד עם קושי בהתמודדות חזיתית עם קושי. במהלך שיעור מסוים כשתלמידים התלוננו על קושי המדריכה רחל אמרה: "זה היתרון שלכם, עכשיו אתם שוברים את הראש אחר כך יהיה לכם הרבה יותר קל, סטודנטים במחשבים לדוגמה שוברים את הראש אבל אין להם מורה על 4-5 תלמידים אלא מורה על 200 תלמידים [W1D2C1R,13]". כלומר המדריכה ראתה בהתמודדות עם קושי הכנה ואף יתרון לקראת הלימודים האקדמיים. בכך, קושרה ההתמודדות עם קושי לא רק לתהליך שעוברים התלמידים בהווה אלא גם לזהות המיועדת שלהם.

הערכים השתייכות לקהילה מתמטית והתמודדות עם קושי שנסקרו עד כה עסקו בנושאים חברתיים – רגשיים הסובבים את המשתתפים בקהילה המתמטית. בערך הבא, כתיבה מתמטית תקנית אעסוק בערך הקשור בשיח המתמטי עצמו.

4.1.3 כתיבה מתמטית תקנית

למרות שערך כתיבה מתמטית תקנית לא בא לידי ביטוי בטקסים או בחומרי הפרסום, הוא עלה בצורה מוצהרת בשיעורים שם נדרש מהתלמידים לכתוב בצורה תקנית. ערך הכתיבה נמצא בניתוח של ישיבות הצוות ובניתוח השיעורים שסוכמו ביומן התוכן כקטגוריה שחזרה על עצמה פעמים רבות. הערך של כתיבה מתמטית תקנית ניתן לפרוש באופן הבא: שיח כתוב מקבל עדיפות על שיח דבור. וכן, חשובה התקניות של הכתיבה. החשיבות של הכתיבה תוארה בשיח המדריכים פעמים רבות וכן גם התלמידים התייחסו אליה.

4.1.3.1 כתיבה מתמטית תקנית בשיח הצוות

חשיבות הכתיבה המתמטית הוזכרה באופן מפורש, אך הלמידה של כללי הכתיבה בפועל לא נעשו באופן מסודר כפי שיודגם בהמשך.

כל המדריכים הדגישו את החשיבות של הכתיבה המתמטית כבר בשיעורים הראשונים (בכל אחת משנות המחקר במחנה):

- תמי: "כאן לא מספיק לפתור תרגילים, חשוב מאוד גם **לכתוב** את הפתרון בצורה ברורה [W1D2C1T,15]".
- רבקה: "אני כל פעם אומרת שזה טוב שהם מבנים אבל הרבה ממה שאנחנו לומדים זה **כתיבה**[35]" [W1D2Z,14].
- אורי: "אנחנו נתנסה **בכתיבה** מתמטית [W1D1C1U,15]".
- רחל: "כתיבה מתמטית זה אחד הדברים שחשוב ללמוד פה, מבחינתי המחנה הזה הוא לא רק כדי שתדעו לפתור מתמטיקה אלא גם כדי שתדעו **לכתוב מתמטיקה**" [w1d1c3R,13].

הדגש על הכתיבה השלים את פתרון התרגיל בעל פה. כלומר, בעוד שלעתים תלמידים נטו למצוא פתרון לתרגיל בעל פה בלבד, לסיים בכך את הפתרון ולהמשיך לתרגיל הבא, המדריכים ביקשו להקפיד על כתיבה מתמטית תקנית ולפרט בכתיבה את דרך ההגעה לפתרון.

משיעור לשיעור היו תזכורות לכתיבה נכונה מצד המדריכים, וכן הדגשה ומשובים על כתיבה זו. לדוגמא, לאחר שתלמידים הסבירו הוכחה בעל פה, המדריכה תמי הוסיפה: "זה חשוב שתכתבו מתמטיקה, תנסו לכתוב את זה טוב [W1D2C4T,15]". כמו כן, באחד מהשיעורים תלמיד בשם יואל שאל "למה את מצפה מאתנו לכתוב בצורה מסודרת? [W1D2C2R,14]" מדריכתו (רחל) ענתה כי "זה נראה לי אחד הדברים החשובים". כלומר, הכתיבה התקנית הוגדרה כ"חשובה" אבל לא תמיד הוסבר **מדוע** היא חשובה.

למרות כל הבקשות המפורשות מצד המדריכים לכתיבה מתמטית תקנית, כללים לכתיבה מתמטית לא הוצגו באופן מסודר, אלא רק כמשוב לאחר הכתיבה. לדוגמא, כאשר ברכה סיימה לכתוב היא שאלה את מדריכתה "האם כתבתי טוב? [W1D2C1T,14]", כתגובה, המדריכה עברה איתה על הפתרון, וביקשה ממנה להוסיף הצדקה לפתרון. כלומר לאחר הכתיבה תלמידים הציגו את פתרונם וקיבלו הערות למפרע על כתיבתם.

בסעיף הבא יתואר ערך הכתיבה המתמטית התקנית בשיח התלמידים, ותיבחן הפנמת ערך הכתיבה אצל התלמידים.

[35] אמירה זו נאמרה בישיבת צוות בהתיחסות לפעילות בכיתה, מדריכה זו לא צולמה, לכן אין עדות מהכיתה. יש עדויות נוספות ממדריכים שצולמו בשנה זו (תמי ורחל).

4.1.3.2 כתיבה מתמטית תקנית בשיח התלמידים

נראה כי בתחילת המחנה עבור רוב התלמידים במחנה שיח מתמטי דבור נראה כשווה ערך ואף נעלה על השיח המתמטי הכתוב. למשל, פתרונות בעל פה נתפסו כפחות מעייפים ויותר חסכוניים מפתרונות בכתב. בתהליך הכניסה למחנה התגלו פערים בין המדריכים לתלמידים על רקע זה אבל בסופו של המחנה נראה כי רב התלמידים הסתגלו לערך הכתיבה על פי כללי המחנה.

בשיח התלמידים היו תלמידים שהזדהו או התיישרו עם הדרישה לכתיבה מתמטית תקנית. לדוגמא, שיר, שבאחד ממפגשי העמיתים הסבירה את חשיבות הכתיבה לתלמידה יסמין "בשביל זה חשוב לכתוב [W2D3A,13]", במהלך השיעורים שיר כתבה כל פתרון תרגיל בצורה מסודרת ופורמלית, ואף במפגשי העמיתים. לעומת זאת, היו תלמידים שתהו על הצורך בכתיבה מתמטית. לדוגמא יסמין בתחיילת המחנה שאלה את המדריכה כשהתבקשה לכתוב את פתרון התרגיל שפתרה בראש: "למה צריך לכתוב? מספיק שאני מבינה [W1D1C2,13]". לקראת סיום המחנה, יסמין הקפידה יותר לכתוב את דרככי הפתרון שלה, במיוחד לאחר האפיזודה המתוארת בפרק 4.3.

דוגמא נוספת היא יואל ששאל את המדריכה רחל לאחר שהזכירה את חשיבות הכתיבה: "למה את מצפה מאתנו לכתוב בצורה מסודרת? [W1D3C3R,14]", והוסיף, "זה מעייף. זה לוקח לפעמים יותר מעמוד [W1D3C3R,14]" ופתר את רוב השאלות בלי לכותבן באופן מסודר לוח או במחברת. מספר ימים לאחר שיואל התלונן על כך שהכתיבה היא מעייפת, הוא הפנים את חשיבות הכתיבה והציג פתרונות כתובים בכתיבה מתמטית תקנית על הלוח ובמחברותיו.

הכתיבה כללה שימוש בסימנים כמשתנים, פעולות, קיצורים למילים, או פרמטרים, (לדוגמא $a\backslash b, n!, \sum a_n$) וכתיבה של הוכחות. חלק מהתלמידים התלוננו על הריבוי של השימוש בסימונים, שנבע מהאופי המתמטי של השאלות. למרות שבתהליך הכניסה למחנה התגלו פערים בין המדריכים לתלמידים על רקע זה, בסופו של דבר רב התלמידים הסתגלו לכללי הכתיבה במחנה.

4.1.4 סיכום הערכים המוצהרים

הערכים המוצהרים של המחנה מסוכמים ב

טבלה 8. חלק מהערכים קשורים בזהות הנוכחית והמיועדת של התלמידים, כמו השתייכות לקהילה מתמטית, והתמודדות עם קושי, המתאר היבט רגשי של ההשתתפות במחנה ואילו הערך המוצהר כתיבה מתמטית תקנית התיחס לאופי עשיית המתמטיקה במהלך המחנה.

טבלה 8: סיכום הערכים המוצהרים

Table 8: Summary of Espoused Values

הערך	בשיח הצוות	בשיח התלמידים
השתיכות לקהילה מתמטית	קיימת חשיבות לקהילה להפגת בדידו\ת התלמידים, ישנה עדיפות להמשך לימודים אקדמיים במתמטיקה, עדיף בטכניון.	המחנה כמקום המאפשר שיח מתמטי ברמה גבוהה, כמקום בו הם לא חשו לבד. המחנה עודד חשיבה על זהות מיועדת, מספר תלמידים תארו שינוי בזהותם המיועדת.
התמודדות עם קושי	יש עדיפות להתמודדות עם קושי. החשיבות של ההתמודדות היא לא רק בהצלחה בפתרון הסופי. התייחסות לקושי כאתגר	תאור של קשיים מתמטיים, בעיקר התמודדות עם מושגים ושאלות קשות. קשיים רגשיים חברתיים, הקשורים להתמודדות עם שינוי בזהות.
כתיבה מתמטית תקנית	יש עדיפות לכתיבה מתמטית תקנית על פני פתרון בעל פה.	חלק מהתלמידים לא הכירו בערך של כתיבה מתמטית וראו את הבקשה לכתיבה כתהליך מעייף ואמרו שעדיף להסתפק בהבנה.

לאחר סיכום הערכים המוצהרים שנמצאו, אעבור לעכשים הסמויים במחנה.

4.2 ערכים סמויים במחנה

הערכים הסמויים שונים מהערכים המוצהרים הן באופן בו הם נמצאו והן בכלי המחקר בהם נמצאו. הערכים הסמויים לא נאמרו באופן ישיר לתלמידים אך הוזכרו בישיבות צוות או בראיונות עם מדריכים (שיח שלא היה מופנה לתלמידים). לעיתים הערכים הסמויים הופיעו באופן לא מפורש בשיח המדריכים במהלך שיעור או בטקסים. ההבדל בין שיח מוצהר ומפורש לשיח לא מפורש, הוא באופן בו נאמרים הדברים. לדוגמא, "כאן חשוב לכתוב" זהו שיח מפורש כיוון שהדבר נאמר באופן מפורש ואילו "**אם זאת בעיה של יותר מבן אדם אחד** אתם יכולים גם לדון בבעיה, להתייעץ עם תלמידים אחרים ולהתקדם ככה" זו דוגמא לשיח לא מפורש בו מכוונים התלמידים לעבודה עצמאית. הערכים הסמויים הופיעו רק בצורה סמויה כלפי התלמידים, לעומת זאת ערכים מוצהרים נאמרו באופן מפורש בטקסים ובשיעורים ולעיתים גם בישיבות הצוות.

הערכים הסמויים שנמצאו במחנה הם :

- **כישרון מתמטי** המעדיף תלמידים בעלי 'כישרון מתמטי' על פני אחרים

- **כללי על להצדקה מתמטית** המעדיף השתתפות בעשיה המתמטית על-פי הכללים המקובלים על מדריכי המחנה על פני כללים אחרים.

- ה**מתמטיקה לשמה** הרואה במתמטיקה ערך בפני עצמו גם ללא שימושיו.

כל ערך מתואר תחילה בשיח הצוות ולאחר מכן בשיח התלמידים.

4.2.1 כישרון מתמטי

כפי שיתואר להלן, מסרים סמויים רבים במחנה ביטאו את ערך הכישרון המתמטי. ערך זה קשור בהנחה לפיה יכולת מתמטית גבוהה תלויה בקוגניציה ומשקפת פוטנציאל להצלחה כמתמטיקאים. הבחירה במילה כישרון נבעה משיח המדריכים והתלמידים, ואין היא מתייחסת להגדרה מסויימת של כישרון שנמצאת בספרות. אדרבא, השימוש במלה "כישרון" מכוונת לערך בו תלמידים מסוימים מוערכים יותר ביחס לתלמידים אחרים על סמך קריטריונים לא ברורים דיים שיתבררו במהלך פרק זה. הפוטנציאל להצלחה, כפי שהשתקף מדברי המדריכים, התבסס על נטיות בהווה של תלמידים לפתור בעיות מופשטות ומורכבות, ואיתורו מאפשר לנבא הצלחה מקצועית של תלמידים בעתיד. הצלחה עתידית זו ושיוכם של התלמידים לקהילה המתמטית האקדמית היא ממטרותיו המוצהרות של המחנה[36]. תיוג תלמידים ככישרוניים השליך על זהותם החברתית גם בהווה והם זכו להערכה במחנה. בכך כשרון מתמטי שונה מערכים אחרים שנמצאו במחקר - הוא אינו מתעדף דרך פעולה אחת על אחרת אלא תלמידה אחת על פני אחרת.

פרק זה ימחיש את ביטויו של ערך הכישרון, תחילה בשיח הצוות ולאחר מכן בשיח התלמידים, תוך דיון במבדיל ביניהם. בנוסף, יזוהו הסממנים ששימשו לזיהוי כישרון או העדרו, כגון עבודה עצמאית ומהירות הגעה לפתרון.

4.2.1.1 כשרון מתמטי בשיח הצוות

בשיח הצוות, ערך הכישרון עלה באופן מפורש בישיבות ובראיונות, ובאופן סמוי בטקסים ובחומרי הפרסום, באמצעות שלל תיאורים חיוביים ושליליים של *התלמידים* (ולא של עשייתם). בפרט, ישיבות הצוות רוו באמירות מבדלות ומזהות של תלמידים מסוימים על פי יכולתם המתמטית. על יואל נאמר ש"הוא גאון, גאון, גאון $_{[W2D5Z,14]}$". החזרה אינה משאירה ספק ש'גאונותו' של יואל, לא רק שהיא תכונה ולא מאפיינת פעילות שהוא עושה (דהיינו פותר תרגילים), אלא שהיא גם מעוררת התלהבות והתפעלות בקרב המספרים (המדריכים). משאלתו של רכז הצוות בישיבת צוות בתחילת המחנה האם "אביעד הוא מהנבחרת [37]? $_{[W1D2Z,14]}$", עולה כי השתתפות במסגרות מתמטית בעבר, כמו הנבחרת הצעירה של מתמטיקה, היוו מדד להערכת יכולות ובמשתמע גם על כישרון המשתתף בהן. הדגש על הכישרון הייחודי של התלמידים הרצויים במחנה הובע כבר בדפי הפרסום, שם נכתב: "אם

[36] המטרה של המחנה התבטאה בראיונות עם סגל המחנה ובטקסי הסיום הנמצאים בנספח ו'.

[37] הנבחרת, היא מילת קוד לנבחרת הארצית במתמטיקה, המתחלקת לקבוצת בוגרים וצעירים. הפעילויות בנבחרת מתקיימות אחת לשבוע וכן נערכים לה מחנות אימונים ומפגשים אזוריים המתקיימים במהלך השנה.

אתם טובים במתמטיקה, סליחה, הכי טובים במתמטיקה ...אתם מוזמנים למחנה הקיץ המתמטי היחיד בישראל אשר מתקיים מידי שנה בטכניון[נספח ח׳]״.

גם רכז המחנה ציין בראיון עמו, שיכולת מתמטית הינה אחד הקריטריונים לבחירת תלמידים למחנה: ״יש שני קריטריונים, יכולת (כישרון מתמטי) ורצון״. בהמשך אותו הריאיון הוא הוסיף ש״יש לנו (במחנה) אנשים (תלמידים) קצת פחות **טובים**, אבל רוצים (אותם במחנה), זה נותן להם הזדמנות״. כלומר, על אף שהמחנה נותן הזדמנות לתלמידים אלו, יש הכרה מפורשת בנחיתותם. על מנת להדגיש את המסר, הרכז הוסיף: "אי אפשר לקדם אנשים משום דבר לשום מקום״. כלומר, לא ניתן לקדם אנשים שהם חסרי כישרון.

בישיבות בלט גם התיוג של כישרון באמצעות מטאפורות מתחום החוזק הגופני. על תלמיד שנתפס כחכם נאמר ש״הוא ממש חזק [W1D2Z,14]״)[38], לעומת תלמידים אחרים שתוארו כ״חלשים״. לדוגמא, בישיבת צוות, מדריכה סיפרה כי ״כשיצאנו מהכיתה אמיר אמר לי שהוא מרגיש הכי חלש בכיתה, וזה לא כיף להיות הכי חלש במקום שכולם חזקים. לא משנה שאחרים גם לא מבינים, מבחינתו הוא הכי חלש [W1D5Z,14]״. המתח בין התיאורים של חלש וחזק יוצר הקבלה בין תכונה פיזית ובין יכולת פתרון, ובכך מעניק ליכולת זו מאפיינים של מוחשיות וקביעות הקשים לשינוי.

אחד הקריטריונים לזיהוי של תלמידים בעלי כישרון בעיניי חברי המחנה היה עבודתם באופן עצמאי. לדוגמא, במהלך ישיבת צוות תלמיד תואר כמבריק משום שסירב לקבל רמזים. מדריכה סיפרה על תלמיד שתואר כמוכשר: ״כשאני מביאה רמז בכיתה, הוא פשוט יוצא מהכיתה [W1D4Z,14]״. כלומר, תלמידים כישרוניים הם אלו שאינם זקוקים לתיווך או לעזרה ממדריכים או מחבריהם לכיתה. גם בפסקה הבאה מודגשת הגישה של הצוות ביחס לעבודה העצמאית של התלמידים: מדריכה תארה את אביעד כתלמיד ״מבריק״ והוסיפה כי כאשר ״אייל אמר שיש וולפארם[39], אביעד אמר שזה לא בסדר, שזה לא חוכמה, שצריך לעשות **הכל לבד**[W2D4Z,14]״. כלומר, התיאור של ׳לבד׳ במקרה זה הוא אף ללא שימוש בעזרים טכנולוגיים[40].

---

[38] עצם התחרות במתמטיקה שנקראת אולימפיאדה מתארת קישור של המתמטיקה להיבט הקוגניטיבי.
[39] תוכנה מתמטית, https://www.wolframalpha.com/ העוזרת בחישובים מורכבים.
[40] אין הכוונה בחוסר שימוש בטכנולוגיה כלל, תוכנת וולפארם אינה רק עוזרת בחישובים אלא פותרת גם בעיות יותר מורכבות במתמטיקה. נראה כי אביעד מתנגד ל׳בריחה׳ לטכנולוגיה כדי לא להתמודד עם הפתרון.

המאפיין של פתרון עצמאי זיהה לא רק תלמידים כישרוניים אלא גם תלמידים פחות מוערכים. לדוגמא, מדריכה הציעה במהלך ישיבת צוות "לא לתת להם (לתלמידים הפחות כישרוניים) להגיע לבד (לפתרון) כי הם לא מגיעים לבד, הם מסתבכים [W2D3Z,15]". כלומר, ההתמודדות באופן עצמאי היוותה חלק ממנגנון האיתור של תלמידים כישרוניים, כפי שעלה מפורשות מישיבות הצוות.

בדומה לישיבות הצוות, גם בטקס הפתיחה הערכת התלמידים והצפיות מהם קושרו לעבודה עצמאית, אולם באופן מרומז יותר. מרצה הטקס דיבר על התמודדות עם קושי: "**אם זאת בעיה של יותר מבן אדם אחד** אתם יכולים גם לדון בבעיה, להתייעץ עם תלמידים אחרים ולהתקדם ככה [טקס פתיחה, שורה 37]". באופן מפורש, המרצה מתאר צורת עבודה, אך נראה שמובע גם מסר סמוי והוא שעבודה עצמית היא דרך העבודה המתאימה למחנה של תלמידים מצטיינים.

מדד נוסף של כישרון היה מהירות פתרון, ובהתאם, תלמידים המתוארים כמצליחים תוארו בישיבות הצוות בעזרת המדד הנ"ל: "יש לי שניים שיותר **חזקים**, אליהו מתקדם..., **השני ממש רץ** [W1D3Z,14]"[41]. בעוד שמהירות הוזכרה כמאפיין של תלמיד חזק, על תלמידים שתוארו כמתקשים נאמר כי "הם פשוט מבינים **לאט** [W1D2Z,15]". בטקס הפתיחה הקשר שבין מהירות וכשרון היה מרומז יותר: "בטוח **שאם היה מספיק זמן כולם היו מצליחים** (לפתור את כל התרגילים) [טקס פתיחה, שורה 36]". הייחוס שמשתמע מהביטוי 'כולם' הינו הרמות השונות של התלמידים - אלו המבריקים הפותרים תרגילים בקצב גבוה, והחלשים המתקדמים באיטיות.

ערך הכישרון היה במתח עם ערך התמודדות עם קושי כפי שהשתמע מדברי המדריכה מיכל: "אצלי הם ישבו על השאלה הזו איזה שעה ומשהו וניסו כל מיני דברים, לא הצליחו, תוך חמש דקות צצו מאצלה (מהקבוצה של רבקה) כמה תלמידים ופתרו את זה [W2D3Z,14]". משפט זה נאמר כהערכה לתלמידים שפתרו מהר, כלומר ההתמודדות עם קושי מוערכת אך עוד יותר מוערכת המהירות. אולי ניתן לומר יותר מכך, שהכישרון מתבטא גם בחוסר קושי בתהליך הפתרון.

בחינת הכישרון בא לידי ביטוי לא רק במעקב אחר קצב פתרון תרגיל מסוים, אלא גם בהתבוננות ברמות תרגילים שונות שהתלמידים הצליחו לפתור. דפי התרגילים במחנה דורגו בסדר עולה. בתחילה הופיעו שאלות בסיס למפגש ראשוני עם המושגים; לאחר מכן שאלות על המושגים המוגדרים בדף התרגילים, ואשר נדרש מכולם להתמודד עמן; ולאחריהן תרגילים מתקדמים אשר

[41] גם בדוגמא זו יש מטאפורות מהעולם הפיזי.

דורגו כקשים בידי כותבי תוכנית הלימודים. אלו הם תרגילים מופשטים המכילים משתנים ומושגים רבים. כתוצאה מדרגת הקושי העולה, חלק מתלמידי המחנה לא הצליחו להגיע לשאלות המתקדמות בזמן המוקצב. על כן, ההתמודדות עם שאלות אלו הפכה למאפיין של בעלי הכישרון כפי שתארה המדריכה רבקה "אביעד רץ על המתקדמים[W2D3Z, 14]", ולהפך, תלמידים שכונו 'חלשים' לא כוונו לשאלות אלו, כפי שתמי המדריכה העידה "אני חושבת שאני פחות מעודדת את אמיר להגיע לשאלות מתקדמות [W1D4Z,14]". כלומר פתרון תרגילים מתקדמים היא פונקציה של מהירות, ותלמידים מסוימים שכונו 'חלשים' לא צופה מהם להגיע לתרגילים אלו.

בנקודה זו יש לציין כי דפי העבודה במחנה עוצבו כך שממוצע התלמידים לא יוכל לסיים את כל התרגילים בזמן הנתון. מכך, ומהמסר העולה מהאמירות שצוטטו לעיל, נגזרת השאלה: מדוע הקצב נקבע מלכתחילה ככזה שהממוצע הקבוצתי לא יכול לעמוד בו? נראה כי 'עמידה בקצב', כדברי המדריכה, היוותה מסננת בין תלמידים מוכשרים יותר ופחות.

לסיכום, בשיח המדריכים הודגש הבדל בין תלמידים בעלי כישרון מתמטי לבין תלמידים שאינם כאלה. הערכה לתלמידים בוטאה גם דרך תיאורים פוזיטיביים כ'גאון' או 'מבריק' וגם באופן נגטיבי ("הוא לא יצליח להגיע לבד"), על סמך עבודה עצמאית ומהירות פתרון של התלמידים.

4.2.1.2 כישרון מתמטי בשיח התלמידים

בעוד שבשיח המדריכים נשמעו באופן תדיר תיאורים פוזיטיביים של תלמידים כבעלי כשרון, התלמידים נטו פחות להציג עצמם כבעלי כשרון יוצא דופן. הזיקה לזהות זו הופיעה לרוב על דרך השלילה, דהיינו דרך תיאור עצמי של חוסר יכולת. תיאורים פוזיטיביים הופיעו כאשר תלמידים תיארו את חבריהם לכיתה.

למשל, יאיר תאר את עצמו בראיון כמתקשה במחנה, וסיפר כי "המדריך עבד עם המתקדמים, הוא התקדם יותר ומי שהיה יותר חלש התפספס[יאיר_14, סיום]". כלומר, יאיר חש שהמדריך מתעדף עבודה עם התלמידים בעלי הכישרון. בראיון עם מירי, כשנשאלה מי מתאים למחנה, היא אמרה "נגיד יש פה ילדים שהם באמת תותחי על במתמטיקה, אז ברור שילדים כאלה מתאימים (למחנה) [מירי_14, סיום]". המילה ב'אמת' מתארת את הילדים כ'מוכשרים מיסודם', ולכן זיקתם למחנה נתפסת כגדולה יותר.

גם תלמידים שנתפסו על ידי אחרים (מדריכים ותלמידים כאחד) כ"כשרוניים", הראו נטייה להשליך מעל עצמם תווית של כשרון וגאונות, ולתאר בעזרתה דווקא את חבריהם. דבריו של אביאל ממחישים נקודה זו: "יש שאלות כאלה שאני מרגיש שזה קל לי, לא בגלל שאני יותר **חכם או**

כישרוני, אלא כי פשוט למדתי או שמעתי את זה פעם. נושאים כמו לוגריתמים או נגזרות או e (הבסיס הטבעי). יש כמה ילדים **חכמים** פה רק שלא לימדו אותם[אביאל_14, סיום]". בדברי אביאל ישנה התייחסות מורכבת לחלקו של כשרון המתמטי ביכולת פתרון, ולקשר של אלו ללמידה. לדעת אביאל, הצלחה לא מיוחסת בהכרח לכישרון המתמטי, אלא ללמידה קודמת, בעוד שחוסר הצלחה לא בהכרח נובע מחוסר כשרון או חכמה.

ייתכן שההתנערות מתווית התלמיד הכישרוני נובעת ממוסכמה חברתית של צניעות. פרשנות זו עולה בקנה אחד עם ניסיונו של אביאל לשלול נרטיב אפשרי עליו ("לא בגלל שאני גאון"), והיא מחוזקת בכך שזהות ה"גאון" כן סופרה על ידי אחרים עליו למשל בישיבות הצוות ועל ידי חבריו למחנה "אביאל, שהוא כזה חכם אמר...[אמיר_14, סיום]". עובדיה, תלמיד נוסף שזוהה כמוכשר, בחר לספר זאת בכך אמר שחבריו בבית הספר "תמיד הם (חבריו מבית הספר) אומרים (שאני) חכם [עובדיה_15, סיום]". במלים אחרות, הוא השתמש בסיפורים שאחרים מספרים עליו בכדי לתאר את עצמו. גם אייל תאר את עצמו כ"גאון" רק באמצעות סיפור זהות בגוף שלישי על ידי אמו וחבריו: "אמא שלי אמרה שפעם היא הגיעה לבית הספר ושאלה איפה אייל אז אמרו לה, אהה את מתכוונת לגאון הזה?" אך את הקונפליקט שהוא חש עם הזהות הזו הוא הביע כך: "לא יודע, לא אוהב ש.. יש כאילו.. יש יותר גאונים (ממני), אני לא אוהב כל כך לדבר על זה. זה קצת מפריע לי שמתייחסים אלי ככה- בצורה של 'הגאון הזה' [אייל_15, פתיחה]".

כפי שכבר ראינו, אחת הדרכים בשיח הצוות לאיתור תלמידים כישרוניים היתה איתור יכולתם לפתרון עצמאי של תרגילים. גם בשיח התלמידים ניתן למצוא קריטריון זה. ניכר שהיה חשוב לתלמידים להראות שהם מנסים לפתור תרגילים בעצמם, בניגוד לקבלת עזרה מהמדריכה. לדוגמא, רונן הסביר כי "המדריכים הם פחות פותרים על הלוח, אני פותר בעצמי ולפעמים הם נותנים רמזים[רונן_14, סיום]". דוגמא זו ממחישה שעבור רונן, המעבר בין המצב הרצוי של עבודה עצמית מלאה למצב הלא רצוי של קבלת עזרה עבר דרך שלב הרמזים. גם נדב תאר זאת: "השתדלתי **לבקש רק רמזים**, לא את הפתרון [נדב_13, סיום]", כלומר, עדיף לעבוד עצמאי; אם זה לא מתאפשר ניתן לבקש רמזים; ואם גם זה לא מסתייע - לבקש את הפתרון. רמזים אלו תוארו גם בשלילה, בדוגמא שנלקחה ממפגש עמיתים בה תלמיד מביע את הבקשה: "לא אל תפתרו תרגילים שלא עשינו... זה עלול לתת לי רעיון (רמז) ואני רוצה לבד [W1D3A,15]". כלומר גם הרמזים נתפסו כמשהו הפוגע בעצמאות.

ניכר כי בשיח התלמידים התקיים מתח מסוים בין הערך של פתרון עצמאי לבין הרצון לעבוד, לעתים, בקבוצה. למשל, שי אמר כי "צריך לאפשר יותר לתלמידים לעבוד ביחד [שי_15, סיום]". לכאורה,

המדריכים לא הגבילו עבודה קבוצתית. בכל קבוצה למדו 4-6 תלמידים, דבר שאמור היה לאפשר עבודה קבוצתית באופן פשוט יותר מאשר בקבוצות לימוד גדולות. על אף זאת, הטענה חזרה ועלתה במספר ראיונות. ניתן לומר שבשל ערך הכישרון המתמטי, שנאמד גם בעשיה עצמאית, התלמידים הרגישו חוסר בלגיטימציה לעבודה בקבוצות.

ערך הכישרון התבטא גם בממד תחרותי בעבודה העצמאית. עדויות לכך ניתן למצא בשיחה ספונטנית שהתנהלה במהלך ארוחת הצהרים כשהתלמיד גל תאר את הקושי בפתרון משותף: "זה קשה לפתור יחד, מה אם הוא (תלמיד אחר) יפתור לפני [ארוחת צהרים, W1D3, 13]". התחרותיות מתאימה לערך שתכליתו איתור ודירוג תלמידים. בתחרות כזו, הזמן היווה פונקציה עיקרית להערכה במחנה. כך, גם בשיח התלמידים, כמו שכבר הודגם בשיח הצוות, נמצאה ההתייחסות למהירות הפתרון כמעידה על כשרון מתמטי. אך התלמידים הוסיפו על כך פרמטר נוסף, והוא קצב הפתרון ביחס לגיל התלמידה והכיתה בה היא לומדת בבית הספר.

עדות לתחרות הסמויה בקצב ההתקדמות בדפי התרגילים ניתן למצוא בראיון עם שי: "יש אנשים שבעיות (מתמטיות) שאני יושב עליהם חודש, (הם) יושבים ופותרים בעשר דקות [שי_15, סיום]". תלמידים אחרים תארו את הבדל בין יכולות התלמידים כפונקציה של ההפרש במספר השאלות שתלמידים פתרו בזמן נתון: "בזמן שמשה ושי רשמו משוואות ופתרו תרגילים **בכלום זמן**, אני ורוני היינו עוד בשאלה 2 והם היו כבר בשאלה 9 [יזהר_15, סיום]". על אף שקצב פתרון הבעיות לא היה הקריטריון הבלעדי להצלחה, הובעה הערכה כלפי תלמידים שפתרו מהר ביחס לחברי הקבוצה. הקשר בין מהירות והצלחה הפך להדוק עד כדי שלעיתים תלמידים תארו את עצמם כלא מבינים, כאשר למעשה התקשו לעמוד בקצב הלימוד. למשל בשיעור התלמיד אמיר שהתלונן: "אני **היחיד** שלא הבנתי **עדיין** [W1D1C1T,14]" [42]. בדוגמא נוספת מתוך ארוחת צהריים, טל תאר שאלה באולימפיאדה (למתמטיקה) שרק הוא ותלמיד נוסף הצליחו לפתור. בעוד לטל נדרשה חצי שעה לפתור את הבעיה, התלמיד האחר פתר אותה בעשר דקות [ארוחת בוקר,W2D2,15]. בעקבות כך, טל כינה את עצמו כחלש.

במחנות התחרותיות היוותה חלק אינהרנטי ממבנה המחנה, בדמות תחרות הצפנה קבוצתית בשיטת הRSA שהתקיימה בסופו. התלמידים שמעו על התחרות כבר בטקס הפתיחה של המחנה והתכוננו

[42] ההתמודדות עם קושי לא היתה רק במתמטיקה אלא עם קצב הלימוד. לדוגמה, אמיר תאר "אני היחיד שלא הבנתי **עדיין** [w2d3c3T,14]". לאחר אמירה זו המדריכה הסבירה לו באופן פרטני את התרגיל שהתקשה בו. תיאור זה ניתן לקשר להתמודדות עם קושי או לחילופין למהירות, הערכים של התמודדות עם קושי ושל מהירות או כשרון נמצאו סותרים לעיתים בשיח התלמידים.

לקראתה במהלך היומיים האחרונים, הקריטריונים לניצחון בתחרות היו מהירות פיענוח של ההצפנה. המהירות היתה תלויה גם בישום האלגוריתמים שנלמדו במחנה.

התחרותיות וממד הזמן הופיעו גם בתחרות הצפנה בסיום המחנה, בה התחרו הקבוצות בהצפנה ופיענוח מספרים ב- RSA בזמן קצר ככל האפשר. תלמידים מסוימים במהלך המחנה התבטאו כי "אין לנו סיכוי להצליח בתחרות" כחלק מהתייחסותם לעצמם כחלשים ואיטיים.

ההתייחסות לממד הזמן התבטאה גם בהספק התלמידים ביחס לגילם. דוגמא לכך נשמעה כאשר תלמידים דיברו על הרצאת העשרה שניתנה להם בנושא הסתברות ותורת המספרים:

מירי: מי שעולה ל(כיתה) י' אין לו סיכוי לדעת (את מה שנאמר בהרצאה).

יואל: אבל אני ידעתי (גם יואל עולה לכיתה י').

מירי: אתה זה לא דוגמא [W1D3C1R,14].

מירי, שהיא בת גילו של יואל, תארה בתחילה את הגיל כמחסום להבנה של הרצאת העשרה, אך הדגישה במרומז שהמדד אינו הגיל לבדו. אם יואל אינו מייצג בעיניה, זה כנראה בשל הכישרון שלו. ניתן לומר שעבור מירי יכולת תלויה ביחס בין הספק לגיל. בהקשר זה מעניין לציין כי יואל, בראיון עמו, תיאר את הזהות המיועדת שלו לסיים דוקטורט במתמטיקה בגיל 24 [יואל_14, סיום], כלומר ההתייחסות להספק ביחס גיל מופיעה גם בהסתכלות עתידית, ואינה מוגבלת להספק פתרון תרגילים במחנה. דוגמא נוספת לכך היא שי, שתיאר בראיון את העובדה שתלמידים אחרים במחנה כבר למדו "חצי תואר" במהלך התיכון, הספק המעיד על כישרונם הרב.

לסיכום, ערך הכישרון הופיע בשיח התלמידים, והשרה תחרותיות ביניהם, שהתבטאה בעבודה עצמאית, שימת דגש על פתרון מהיר של התרגילים והתייחסות כללית יותר לממד הגיל והזמן כקריטריון לכישרון. סממנים אלו שימשו כלי לדירוג התלמידים את חבריהם, וכמושא להערכת כישרונם שלהם עצמם.

למדריכים היו עוד הנחות מקדימות כלפי התלמידים במחנה. לדוגמא הונח רקע מתמטי קודם שיודגם בסעיף הבא.

4.2.2 רקע מתמטי קודם

כבכל מוסד חינוכי, לצוות המחנה היו הנחות לגבי הרקע המתמטי המצופה מהתלמידים בו. הייחודיות במחנה נבעה מכך שרקע זה לא היה מוצהר ומוגדר באמצעות תכנית לימודים, כפי

שמקובל בבתי ספר. זאת ועוד, גילם של התלמידים והכתה בה הם נמצאים לא נכללו כקריטריון לרקע המתמטי המצופה מהם. נהפוך הוא – הבחירה בנושאי הלימוד במחנה, וספציפית בתורת המספרים, נבעה מכך שנושא זה "איננו מצריך ידע קודם".

הערך הנוכחי מתואר על ידי המילה 'רקע' (ולא ידע, או שיח) בעקבות השימוש של המדריכים והתלמידים במילה זו. ב'רקע' נכללים נרטיבים מתמטיים, עצמים מתמטיים על ייצוגיהם השונים, רוטינות מסוימות וכללי על להוכחה והצדקה.

באופן גורף, נמצאה העדפה אצל המדריכים לרוטינות או כללי על להצדקה מתמטית המוסכמים על הקהילה המתמטית האקדמית על פני רוטינות או כללי על אחרים (למשל של שיח יום יומי). יחד עם זאת, בחינה מדוקדקת של כללי העל הראתה כי אלו לא תמיד תאמו אך ורק כללים לוגיים-מתמטיים טהורים, אלא הכילו גם קריטריונים קהילתיים. בסעיף 4.2.2.1 אבחן בשיח המדריכים את ההתייחסות לרקע המתמטי המצופה. בסעיף 4.2.2.2 אתייחס לערך זה בשיח התלמידים.

4.2.2.1 רקע מתמטי קודם בשיח הצוות

הנחת היסוד בנוגע לרקע המתמטי הדרוש לתלמידי המחנה קיבלה ביטוי, בין השאר, במהלך טקס הסיום של המחנה. גדעון, איש סגל מהפקולטה למתמטיקה, אמר בטקס כי "הרבה בעיות במתמטיקה אי אפשר להסביר לפני שנה של לימוד. (לעומת זאת) הבעיות בתורת המספרים הן בעיות שניתן להסביר בקלות, הן בעיות מאוד אלמנטריות, אך מאוד קשה לפתור (אותן) [טקס סיום, שורה 21]". מאמירה זו, שחזרה גם מפי מדריכים ואנשי צוות שונים, משתמע כי לבעיות המוצגות במחנה לא נדרש לימוד מקדים. הן הוגדרו כ"בעיות אלמנטריות" שהרקע להבנתם הוא בסיסי ונמצא בידי התלמידים, בין שמדובר במושגים או בכללי פתרון.

ואכן, המושגים והרוטינות בדפי הלימוד הונחו כידע קודם של התלמידים ולא הוגדרו באופן מפורש, לא בדפי הלימוד ולא במהלך השיעורים. לדוגמא, בגיליון התרגילים הראשון שניתן לתלמידים[43] נמצא כי מתוך 18 מושגים ורוטינות מתמטיות שהוזכרו, רק אחד הוגדר (הוכחה באינדוקציה). השאר לא הוסברו על ידי המדריכים. יותר מכך, כשתלמידים ביקשו הבהרה על מושג מסוים, אנשי הצוות הניחו את מלאכת ההסבר לתלמיד אחר. למשל, כשמירי שאלה מה זה מספר טבעי, המדריכה

[43] גיליון זה ניתן בכל הקבוצות ולא שונה במהלך המחקר. בקבוצה של רחל ב2014 ושל אלון ב2015 נבחנה עשית הגיליון בכיתה.

רחל הפנתה לתלמידים את השאלה, ולירון הוא זה שענה לה [W1D1C1R,14]. בטבלה 9 מתוארים המושגים מהגיליון הראשון אשר **לא הוסברו מיד בתחילת השיעור או עשיית** התרגיל.

טבלה 9: המושגים והרוטינות בגיליון התרגילים הראשון

Table 9: Concepts and Routines in the First Sheet of Exercises

המושג או הרוטינה	טיב ההיכרות הנדרש[44]	הערות
אסטרטגיות ניצחון	התלמידים יודעים מה זו אסטרטגיה שמבטיחה ניצחון ללא תלות במשתתף האחר	נתונים 20 אבנים ושני שחקנים, דן ודנה. דן מתחיל, וכל אחד בתורו לוקח 1 או 2 אבנים לפי בחירתו. מי שלוקח את האבן האחרונה מנצח. האם לדן יש אסטרטגיה שמבטיחה ניצחון? האם לדנה יש אסטרטגיה שמבטיחה ניצחון?
חלוקה	התלמידים מכירים חלוקה בשלמים ויודעים שניתן להכליל אותה להגדרה	3 מחלק את 6 ו-4 לא מחלק את 10. מתי מספר שלם a מחלק מספר שלם b. האם 5 מחלק את 0 לפי הגדרתכם? האם 0 מחלק את 5 ?
מספר טבעי	התלמידים מכירים את המושג מספר טבעי	המספרים הטבעיים $2,3,5,7,11,13,17,...$ הם מספרים ראשוניים. הגדירו מספר ראשוני.
מספרים ראשוניים	התלמידים מכירים מספר ראשוני	המספרים הטבעיים $2,3,5,7,11,13,17,...$ הם מספרים ראשוניים. הגדירו מספר ראשוני.
הוכחה בשלילה	היכרות עם הוכחה בשלילה ותקפותה כהוכחה לקיום	הוכיחו כי יש אינסוף מספרים ראשוניים. [רמז: גלו מחדש את ההוכחה של אוקלידס: הראו שלכל קבוצה סופית של ראשוניים, יש מספר טבעי שאינו מתחלק באף אחד מהם].
שאריות חלוקה	התלמידים מצופים לדעת שאריות חלוקה ולחשב שאריות חלוקה בין 2 מספרים	רשום את הנתונים[45] כשאריות בחלוקה ב-7. באלו מקרים השארית 0 בלוח החיבור?
מספרים רציונליים	התלמידים מצופים לדעת את המושג	מתי שני מספרים רציונליים נקראים הופכיים?
הופכי ברציונליים	התלמידים מצופים לדעת את המושג	מתי שני מספרים רציונליים נקראים הופכיים? מה ההופכי של 5? מה ההופכי של 1/3?
מספרים הופכיים	התלמידים מצופים להכליל שאם מספרים רציונליים הופכיים תוצאת מכפלתם	מכפלה של איזה זוגות מספרים נותנת שארית 1? (בטבלת הכפל) האם תוכל לנחש מה ההופכי של 5?

[44] טיב ההכרות מבוסס על הניסיון שלי בהוראת בעיות מסוג זה המחנה.

[45] נתונים שהופיעו בטבלה בגיליון התרגילים.

	אחד, ולעשות הכללה לכפל השאריות.	
הגדרת שורש ב-Z_P	התלמידים מצופים להכליל ממושג השורש לשורש בשאריות חלוקה	מה השארית כאשר כופלים את 3 בעצמו? האם זה נותן לך רעיון מהו $\sqrt{2}$?
מעבר בין בסיסים	התלמידים מצופים לדעת מעבר בין בסיסים	$n = 65536$ בבסיס 10. כתבו אותו בבסיס 7
מספר פריק	התלמידים מצופים להכיר את המושג	להוכיח שכל מספר גדול מ12 ניתן לכתיבה כסכום של 2 פריקים.
קבוצות, תתי קבוצות	התלמידים מצופים להכיר את המושגים	יהי n מספר טבעי ויהי $n, a_1, a_2, ..., a_n$ מספרים שלמים. הוכיחו כי קיימת תת-קבוצה שסכומה מתחלק ב-n.
הפרכה	התלמידים מצופים לדעת מה זה להפריך וכיצד ניתן להפריך	הוכח או הפרך: יהיו a ו-b מספרים טבעיים כלשהם אזי אם $a^n \mid b^n$ אזי $a \mid b$.
טורים סופיים	התלמידים מצופים להכיר את הסימון לטור סופי, ולהכיר את השימוש באינדקסים	הוכח כי אם $n > 1$ אזי $\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k}$ איננו שלם.
איבר בקבוצה	התלמידים מצופים להכיר את הסימון $\in$ המתאר איבר בקבוצה	תהי S תת-קבוצה של N כך ש- $1 \in S$ ...
שקילות של תכונות	התלמידים מצופים לדעת מה זה תכונות שקולות ואת הדרך להוכיח שקילות זו	הוכיחו כי שתי התכונות הבאות של קבוצת השלמים החיוביים N שקולות אחת לשניה. (ההמשך לא ניתן)

גם בישיבות הצוות נראתה צפייה ברורה לרקע מתמטי. לדוגמא, המדריכה רחל תארה בפליאה:

"הוא (עמית) לא הבין בכלל מה זה זרים[46]. שאלתי אותו 'אתה יכול לתת לי דוגמא ל- 2 מספרים זרים?' (הוא נתן דוגמא את המספרים) 2 ו- 3. (ביקשתי ממנו) אתה יכול לתת דוגמה שהמספרים לא ראשוניים? (הוא נתן דוגמא) 3 ו- 4. (ביקשתי ממנו דוגמא) ששניהם לא ראשוניים? (אין תגובה). (אמרתי) 12 אתה יכול לתת לי מספר שזר ל-12? (הוא ענה) אין דבר כזה. אז הוא מסביר לי: "12 מספר זוגי אז כל הזוגיים לא זרים אליו וכל האי זוגיים מתחלקים בשלוש אז אני לא יכול למצוא כזה מספר[W1D3Z,14]".

[46] מספרים הם זרים אם אין להם מחלק משותף.

תחילה המדריכה הניחה כי מושג המספרים זרים היה חלק מהידע הקודם של כל התלמידים. בעזרת בקשה להדגמת המושג היא הסיקה כי לא רק שלעמית אין את הידע הנ"ל, אלא אף שיש לו טעויות לוגיות מוקדמות יותר ("כל האי זוגיים מתחלקים בשלוש"). לסיכום סיפורה המדריכים היא הוסיפה למדריכים האחרים: "... זה מה שמאוד שיניתי בשיעור, הוספתי דוגמאות... אני עושה יותר דוגמאות עם מי שקשה לו [W1D3Z,14]". דבריה מדגישים שהשימוש בדוגמאות היה שונה מהמתוכנן ונעשה רק בהתאם לצורך של תלמידים "מתקשים". כלומר, להיעדר הידע הקודם היה אפקט על זהות התלמידים בעיני המדריכים, נושא שאתייחס אליו בפרק 4.4.

מעבר למושגים מתמטיים, הונח גם שלתלמידים ישנו רקע בכללי על להצדקה מתמטית. בזמן פתרון בעיות, הדרישה העיקרית מהתלמידים היתה לעבור מהסברים מילוליים יום יומיים אל שימוש בשלבי הוכחה מקובלים. עבור חלקם מעבר זה היה מאתגר, כפי שתואר על ידי המדריך אורי בישיבת צוות: "נורא קל להם (לתלמידים) להגיד: 'אני יודע להסביר במילים', פורמליזם מאוד קשה להם [W1D3Z,15]". פורמליזם (הצרנה) משמש בקהילה המתמטית כמתודה. הוא מתואר בספרות כמערכת הסימנים, המשוואות, הנוסחאות, וחוקי ההיסק שבעזרתם תאוריה מתמטית מביעה את טענותיה (Prior, 1962). בהתאם לכך, במחנה פורמליזציה ייצגה שיח מתמטי תקני.

למרות דברי אורי על קושי התלמידים לעבור לשיח הרצוי על המדריכים, הוראת הפורמליזם לא נעשתה באופן שיטתי או מקדים[47]. במובן זה, אף על פי שיישום הכלליים המתמטיים נצפה בשיעורים, השימוש בכללים כערך היה סמוי בעיקרו. אמנם, לעתים נאמר באופן מפורש כי "צריך לפתור מסודר [W1D3C1U,15]" וגם כי "יש כללים בהוכחה מתמטית [W1D2C1T,14]", אך הוראה מסוג זה התרחשה לרב כאשר הייתה חריגה מהכללים, ובמיוחד במהלך תיקון טעויות של תלמידים. כלומר, היתה ציפייה שלימוד הכללים יושג רק על ידי חשיפה אליהם.

בשורות הבאות אתאר את כללי העל שהוזכרו במחנה על ידי המדריכים. מעצם כך שהכללים לא נלמדו באופן מסודר, הסעיף אינו מתיימר להוות תיאור ממצה של כללי העל שהיו בשימוש במחנה, אלא רק של אלו שהוזכרו בשיח בשיעורים שנותחו לעומק ובישיבות הצוות. אלו כללו היסק לוגי, הרחבה, הכללה ושימוש בדוגמאות[48].

- **היסק לוגי**

---

[47] פרט להוכחה באינדוקציה.

[48] בסעיף 4.3 נראה כלל נוסף (האחדה של אובייקטים) שנחשף באמצעות השיטה הקומוגניטיבית.

המושג היסק לוגי לא הוזכר באופן מפורש בשיח המדריכים אך השתמשו בו רבות. היסק לוגי מתאר טענות מסוג 'אם A אז B' שקיומם מתבסס על חוקי הלוגיקה. דוגמה לשימוש בהיסק לוגי ניתן למצוא בדברי המדריכה: "אם X מחלק את Y וY מחלק את X אז הם שווים עד כדי סימן [W1D3C1R,14]".

- **הרחבה**

כלל על זה התמקד בהעלאת השערות המרחיבות טענות קיימות ובשיטות נוספות לפתרון. כלל זה דווקא הוצהר באופן מפורש, אם כי לא מאוד בפירוט. כך למשל הסבירה המדריכה רחל באחד השיעורים: "ככה מתמטיקאים עובדים, הם לוקחים משהו שהם מכירים לעבר משהו שהם לא מכירים [W1D5C1R, 13]". המדריכה תמי גם תארה את התפעלותה מהכללה שנעשתה כפתרון לשאלה בנושא שובך יונים שנתנה:

> יש 50 ימים עד הבחירות כל היום הוא נואם לפחות נאום אחד ובסך הכל לא יותר מ75 נאומים, צריך להראות שיש רצף של ימים בדיוק 24 נאומים.

היא תארה בישיבת הצוות "אתמול נתתי את השובך יונים, אז יואל הוא לא רק פתר הוא גם אמר ב75 הוכחתי זה לא חסם הדוק, החסם הוא 97 וב98 מצאתי דוגמא נגדית ו97 הוכחתי[W1D4Z,14]". כתוצאה מכך המדריכה תארה את יואל כ"ממש טוב". מתוך סיפורה של המדריכה, ניתן להבין כי יואל הרחיב שאלה זו [49], ומצא את גבולות קיומה של הטענה הממלאת אחר תנאי הבעיה הספציפית שהוצגה לתלמידים, כלומר הוא הוכיח כי הטענה מתקיימת עד 97 נאומים (במקום 75), וב98 טען כי מצא דוגמא נגדית. המקרה של יואל ופתרון שאלת שובך היונים סופר בשלוש ישיבות צוות שונות, וחזרה זו מדגישה את חשיבות החיפוש אחר הרחבה של טענות כקריטריון להערכת הצלחה במחנה וכערך התואם את מטרותיו.

ערך ההרחבה לא הצטמצם רק לפתרון בעיות בתחומי תורת המספרים (נושא המחנה) אלא גם התבטא בנושאים שמעבר לנושא זה. לדוגמא, בישיבות צוות המדריכה תמי תארה כי "אני מתחילה כל שיעור בהעשרה [W1D4Z,14]", לדוגמא טופולוגיה או קומבינטוריקה.

- **הכללה**

[49] אפיזודה זו מתוארת בפירוט בנספח י. ראוי לציין ששאלה זו ששימשה בבניית זהותו של יואל בישיבות הצוות כלל לא נבדקה על ידי המדריכים, כלומר יתכן כי שימוש מסוים בכלל של הרחבה, מאפשר גם הערכה של נכונות של פתרון, ומכאן בנית הזהות של פותר התרגיל אפילו ללא בדיקת נכונותו.

כלל זה בוחן אם טענה שנבדקה במקרים פרטיים נכונה באופן כללי. לדוגמא, במקרים רבים כשנמצאה תכונה מסוימת של מספרים בשיעור, המדריכים שאלו אם מתוך שימוש בדוגמאות אפשר לנסח טענה כללית יותר. תבנית זו חזרה גם בגיליון התרגילים, למשל בתרגיל שכיוון למעבר משאלה מספרית לשאלה פרמטרית. השאלה הראשונה והמספרית ביקשה להוכיח ש $\sqrt{2}$ הוא אי רציונלי. הטקסט בדף התרגילים כיוון להתבוננות במשוואה $a^2 = 2b^2$. השאלה הבאה היתה פרמטרית:

"יהיה p ראשוני. נסתכל על המשוואה $a^2 = pb^2$. איזו תכונה של מספרים ראשוניים דרושה על מנת להוכיח שלמשוואה זו אין פתרונות שלמים שונים מאפס? (רמז: נסו תחילה את המשוואה $a^2 = 3b^2$). מה המסקנה מהמשוואה הזאת?"

לסיכום, בשיח המדריכים ניתן לראות שאלו ציפו לרקע מתמטי קודם ויציב אצל התלמידים והופתעו להיתקל במקרים בהם הנחתם הייתה שגויה. גם נוסח דפי התרגילים וגם דרך השימוש בהם על ידי המדריכים בכיתות התבססו על הנחה כי המושגים מוכרים ואין צורך להסבירם. בפתרון שאלות, הייתה צפייה שהתלמידים יישמו פורמליזם מתמטי שלא הובהר, ויעבדו בעזרת כללי על כגון היסק לוגי, הרחבה והכללה.

4.2.2.2 רקע מתמטי קודם בשיח התלמידים

מטבע העובדה שהתלמידים נבחנו בבחינת כניסה שכללה בעיות מתמטיות, הם היו מודעים לכך שרקע מתמטי מסוים נדרש ומוערך במחנה. מעבר לכך, ניכר כי אף הציפיות של הצוות לידע מתמטי קודם חילחלה היטב לשיח התלמידים. ההתייחסות לנושא עלתה למשל בראיון הסיום של אביאל, אשר הרגיש כי "היה מאוד פער בין הרקעים (של התלמידים השונים) [אביאל_14, סיום]". הוא אף הציע דרך להתמודד עם פערים אלה: "(לפני הקבלה למחנה), צריך לתת, לא יודע, נגיד חוברת של רקעים קטנים כאלה במתמטיקה[אביאל_14, סיום]". אביאל הדגיש את נושא הרקע הנדרש בגיליונות התרגילים: "גם בגיליונות עצמם כמה שהם מתיימרים להתחיל מהבסיס חסר בהם הרבה רקע וחבל[אביאל_14, סיום]".

על רקע הנחות הבסיס בדבר רקע קודם והיעדר ההוראה המסודרת של כללי הוכחה, התלמידים פנו לכללים הלקוחים כנראה משיח יום יומי אשר הגיעו איתם למחנה. דוגמא לכך משתקפת מהסברה של יסמין לדרכי הוכחה במהלך ראיון עמה: "איך אני מוכיחה דברים? אני זורקת אמרות לא קשורות, ואז אני רואה איזה אמרות קשורות, אז גם אם את סותרת לי אימרה אחת והיא לא קשורה, אז היא לא קשורה פשוט, וההוכחה עדיין נכונה [יסמין_13, סיום]". השימוש במילה 'קשור',

והרעיון כי ניתן "להשמיט טענות לא קשורות" ועדיין להישאר עם הוכחה נכונה, התעלם מכללי היסק לוגי ומההירככיה הקיימת במתמטיקה בין טענות שונות[50].

בראיונות עם תלמידים באו לידי ביטוי גם מרכזיותן של הצדקות מתמטיות במחנה והשפעתן על אופי הלמידה בו. מספר תלמידים ציינו כי במחנה פעולת ההוכחה נפוצה, ואילו בבית הספר היא כמעט ואינה מתרחשת. יזהר, לדוגמא, הצביע על ההבדל בין הדרישה להוכחה במחנה לבין הדרישה לחישוב בבית הספר: "בתיכון לא נותנים לך A+B שווה ל-C, הוכח זה וזה. נותנים לך קוסינוס 30 ועוד קוסינוס 60 שווה ל-X, מצא את X[יזהר_15, סיום]". היו תלמידים שנהנו מדגש זה על הוכחות במחנה, למשל לירון שסיפר בראיון ש"אני הרבה יותר אוהב להוכיח", או ברכה שתיארה כי "אני פחות אוהבת להציב בנוסחה". לעומתם, לא מעט תלמידים תארו קושי עם אופי הלמידה, בעיקר על רקע היעדר הידע המתמטי שצופה מהם או הקושי להסתגל לכללי-העל המתמטיים החדשים של המחנה, כמו שלום שאמר כי "קשה לי עם כל המושגים וההוכחות, אני מעדיף להציב בנוסחה [שלום_15, ראיון סיום]".

4.2.3 מתמטיקה לשמה

ערך זה מתאר את עשית המתמטיקה כערך פנימי לשם עצמה ולא לשם תועלות אחרות. ערך זה התבטא גם בעשית מתמטיקה בזמנים הפנויים במחנה.

4.2.3.1 מתמטיקה לשמה בשיח הצוות

בקהילה המתמטית האקדמית, נהוג לחלק את המתמטיקה לעיונית ולשימושית. על פי חלוקה זו, בניגוד למתמטיקה שימושית, מתמטיקה עיונית עומדת כמטרה בפני עצמה, גם אם לא קיימים לה שימושים או קישורים למציאות. חשיבות העיסוק במתמטיקה עיונית (של תורת המספרים) או מתמטיקה לשמה (ולא לשם שימושיה) התבטאה כבר בטקס הסיום. איש סגל מהפקולטה למתמטיקה תיאר את הבחירה בנושא תורת המספרים לנושא המרכזי של במחנה דרך סיפורו של המתמטיקאי המפורסם גאוס:

[50] באמירה זו התייחסה יסמין לאפיזודה שתאורה יורחב בפרק 4.3.

״כולם שמעו את השם של גאוס, גאוס אמר שמתמטיקה היא מלכת המדעים ועוד הוא אמר שתורת המספרים היא המלכה של המתמטיקה, אז לא פלא שהמחנה בנושא של תורת המספרים [טקס סיום, שורה 17]״.

עוד הוסיף איש הסגל כי:

״המתמטיקאי הארדי (גודפרי הרולד הארדי[51], 1877-1947), שהיה אחד מהמובילים של תורת המספרים, טען שהמתמטיקה העיונית היא מוצדקת לשמה. הוא היה גאה בזה שבשנים הראשונות לתורת המספרים לא היה שום שימוש. זה היה לפני שמצאו שימושים לשיטה. הוא גם היה דוגל בתורת המספרים לשמה, אם יהיו שימושים, לא נורא [טקס סיום, שורות 18-19]״.

כלומר תורת המספרים נבחרה מהיותה לב ליבה של המתמטיקה, ומטרת הלימוד שלה היא הלימוד עצמו.

למרות שהאמירות שהוצגו קודם היו מטקסי הפתיחה, לא נאמר בצורה מפורשת כי מתמטיקה עדיפה גם ללא שימושיה. אני כוללת את הערך מתמטיקה לשמה בערכים הסמויים מכיוון שבאופן מוצהר היה ניתן לראות כי בטקס הפתיחה במחנה מתארים את הבחירה בתורת המספרים כבחירה שיש לה השלכות מעשיות לדוגמא ״אז המחנה משלב בין מתמטיקה שזה תורת המספרים, לבין מדעי המחשב שזה הצפנה של RSA [טקס פתיחה, שורה 24]״.

ערך למידת ה״מתמטיקה לשמה״ התבטא גם בישיבת צוות, בה תמי המדריכה תיארה דיון שתלמידיה פיתחו במהלך השיעור: ״אתמול היה להם דיון האם **מתמטיקה טהורה**[52] זה מעניין או לא מעניין, ויהודה אמר מתמטיקה טהורה זה לא מעניין, אז יואל שואל אותו, למה אתה פה? והוא (יהודה) עונה, כי זה יעזור לי ל'חיים, זה מלמד אותי לחשוב ואני שואלת את יואל, 'מעניין אותך מתמטיקה טהורה'? ויואל אומר, 'בטח!' [W1D5Z,14]״. כיוון ששיח זה היה במהלך תיאור של יואל כתלמיד 'מבריק', ניתן הרושם שהמדריכים העריכו עניין במתמטיקה טהורה, ומשתמע מכך שזה ערך בסיסי וחשוב במחנה.

---

[51] הארדי הרחיב את המושג עוד יותר בהערותיו לגבי הציטטה המיוחסת לגאוס: ״המתמטיקה היא מלכת המדעים ותורת המספרים היא מלכת המתמטיקה״. יש הסבורים שחוסר היישומיות שבתורת המספרים הוא שהוביל את גאוס למשפט זה; על כל פנים, הארדי מציין כי לדעתו אין זו הסיבה. אם יימצא שימוש לתורת המספרים אזי אף אחד לא ישליך את המלכה מכיסאה משום זאת. כוונתו של גאוס היא, על פי הארדי, כי העקרונות המנחים של תורת המספרים הם עמוקים יותר ואלגנטיים יותר בהשוואה לתחומי המתמטיקה האחרים (ויקיפדיה, התנצלותו של מתמטיקאי, הארדי, 1940).

[52] במתמטיקה טהורה התכוונה המדריכה למתמטיקה עיונית שנלמדת לא לשם שימושיה.

הערך של מתמטיקה לשמה השתקף גם בעיסוק במתמטיקה בשעות הפנאי. חשיבות העיסוק במתמטיקה בשעות הפנאי התבטא הן בפגישות הצוות והן בראיונות עם המדריכים. יתרה מזאת, חשיבות ערך זה התבטאה בזמן קיום המחנה. מחנה תומבה נערך בחופש הגדול, זמן הפנאי של תלמידי התיכון. תלמידים אשר בחרו להשתתף במחנה נתפסו מלכתחילה כמוכנים להקדיש את זמנם החופשי לעשייה מתמטית. אך גם בקרב התלמידים במחנה נמצא דירוג של אלו המוכנים להקדיש מזמנם הפנוי למתמטיקה ואלו שלא. זאת משום שבמחנה עצמו היו הגדרות לזמן פנוי או חופשי. אילו הוגדרו על ידי הצוות כזמני הארוחות, זמני השינה והמנוחה וזמני הפעילויות החברתיות. בישיבות הצוות, נאמר בהתייחס לתלמידים מוערכים שהם "פותרים תרגילים להנאתם בבית [W1D3Z,14]" (עוד לפני הגעתם למחנה), שהם "דיברו על מתמטיקה גם בזמן החופשי [W2D1Z,14]", ש"הם ישבו בכל ההפסקות ופתרו, הסתימה פעילות ערב, הם <u>הולכים לחדרים</u> וממשיכים לפתור [W1D2Z,14]". ו"הם לא רצו לסיים את השיעור,... הם המשיכו את התרגילים לתוך הפסקת צהריים ודיברו עליהם בארוחה". דוגמאות אלו הדגימו את החשיבות שייחסו אנשי הצוות לעשיה המתמטית מחוץ לזמנים שהוגדרו באופן רשמי ללימודים.

לסיכום, המתמטיקה לשמה התבטאה בשיח הצוות כחשיבות עשית מתמטיקה לשם מתמטיקה וכפועל יוצא מכך, גם החשיבות של עשיית מתמטיקה בזמן הפנוי.

4.2.3.2. מתמטיקה לשמה בשיח התלמידים

ניכר כי ערך המתמטיקה לשמה בא לידי ביטוי בשיח התלמידים. אך חשיבות המתמטיקה ה"טהורה" לא היתה מקובלת על כולם. חלק מהתלמידים תארו את המתמטיקה גם ככלי וגם כמטרה, למשל אביעד: "צריך מתמטיקה להכל, היא נמצאת בהכל. אין מקום שלא תלך, אתה תראה אותה והיא תמיד תעזור. אין בעיה שאתה לא יכול להשתמש במתמטיקה. היא גם כלי וגם **מטרה בפני עצמה**. זה כיף לעשות אותה, גם להנות זו מטרה [אביעד_14, סיום]". אותה גישה חזרה על עצמה אצל לירון: "תורת המספרים אני אוהב. כמה שזה תאורטי וכמה שזה מעשי [לירון_14, סיום]". היו שראו במתמטיקה מקצוע נפרד ובעל חשיבות בפני עצמו, לא כשימוש למקצועות אחרים, לדוגמא שי: "מתמטיקה בשבילי זה מקצוע חשוב בפני עצמו, הוא גם מעניין, תורת המספרים זה מאוד מעניין, וזה כיף להגיע לתשובה נכונה [שי_15, סיום]". היו תלמידים שהכירו בשימושים של המתמטיקה אך העדיפו את החלקים המופשטים והפחות שימושיים, כמו ירון: "מתמטיקה זה מהווה בסיס לוגי להרבה מאוד תחומים זה איזשהו כלי, דבר שני זה מאוד חשוב מהסיבה שזה אזור שאפשר לחקור, כאילו, אזור שאפשר להגדיל את הידע בו - זה דבר חשוב הגדלה של הידע של האנושות. מתמטיקה יכולה להיות יפה לפעמים... יש תחומים במתמטיקה שאני לא אוהב אז היה לי קשה ללמוד, היה לי

קשה סטטיסטיקה, ומתמטיקה פיננסית, אני אוהב יותר את האבסטרקטי [ירון_15, סיום]". ברכה תיארה את עצמה: "אני יותר אוהבת שאלות של מחשבה וכאלה. זה בשבילי מתמטיקה [ברכה_14, פתיחה]". תלמידים אלו תארו את המתמטיקה כמועצמת ומופשטת.

מנגד, היו תלמידים שראו את הצד המעשי של המתמטיקה ואת הערך המוסף שלה למקצועות אחרים. שלום הסביר כי "מתמטיקה יכולה לעזור לי במגמות שאני בוחר, בהנדסה, להרוויח טוב, ... אבל לא מטרה בפני עצמה [שלום_15, סיום]", כלומר היו תלמידים שסברו כי למתמטיקה אין ערך עצמי ובכך לא התיישרו עם הערך שהודגש על ידי צוות המחנה.

כמו בשיח המדריכים, גם בשיח התלמידים ניתן להבחין בערך של מתמטיקה לשמה מתוך היחס שהתלמידים נתנו למקצוע בזמנם הפנוי. במהלך המחנה התלמידים השתתפו בעשיית מתמטיקה גם בזמנם הפנוי, ואף סיפרו על כך למדריכים. דוגמא לעשייה מתמטית בזמן הפנוי ניתן למצוא בתיאור של משה במהלך שיעור: "הציעו לי משחק לאוטובוס כשמשעמם לי לפרק מספרים לראשוניים ובחרתי מספרים באקראי ולא הצלחתי לפרק אף אחד מהם [W1D5C3,15]". הסיפור של משה על עשייה מתמטית בזמן הפנוי, מראה שהוא הפנים את העובדה שעשייה זו מוערכת. בנוסף, אמיר בראיון עמו כי אמר "בהפסקות שלא צריכים ללמוד אז מדברים על זה (מתמטיקה), וזה מאוד חזק אז, וזה גם מאוד חזק שמשהו הולך אל הלוח ופותח משהו ממש חדש, או סתם שעובדים ביחד, איך חשבת על זה ואוו. זה גורם לבן אדם להרגיש ממש טוב, שהוא יכול לדבר [אמיר_14, סיום]". מספר פעמים במהלך התצפיות, תלמידים התחילו את השיעור עם היגדים כגון "חשבתי על השאלה הזו כל הסוף שבוע [W2D1C3U,15]" או "אני כל הלילה ישבתי לחשוב על זה [W2D3C1U,15]". יש להניח שיש כאן גוזמה יתרה, אך הגוזמה עצמה מעידה על הערך החיובי שמיוחס לעיסוק מתמטי בזמן הפנאי. בעוד שעיסוק במתמטיקה בזמן הפנוי היה לגיטימי ואף מוערך במחנה, לא כל הזמן הפנוי היה מוקדש לתורת המספרים. לעיתים בארוחות הצהרים או בפעילויות החברתיות התלמידים דיברו על נושאים שונים במתמטיקה או בפיזיקה. לדוגמא, באחת מארוחות הערב הציג לחבריו טל, תלמיד במחנה, בעיה בתורת הקבוצות ובמהלך נסיעה לקומזיץ דיברו על עוצמות אינסופיות ועל מידות הסתברות במרחבים אינסופיים.

לא כל התלמידים עסקו בפעילות מסוג זה, והיו אף כאלו שדיווחו שהעיסוק במתמטיקה בזמן הפנוי הסב להם מורת רוח. למשל, מירי תארה בראיון עמה את ניסיונה להסיט את השיח בזמן הפנוי למחוזות אחרים: "כשהיו מדברים על מתמטיקה הייתי אומרת, בזמן מתמטיקה (בזמן השיעורים) עושים מתמטיקה, בזמן הפנוי מדברים על דברים אחרים [מירי_14, סיום]". כפי שאראה בפרק 4.3 ניתן

לקשר את התרחקותה של מירי מערך עשיית המתמטיקה בזמן הפנוי עם הקושי שלה להשתלב במחנה. דוגמה זו מראה, על דרך הניגוד, את חשיבות הערך הזה בעיני סגל המחנה ותלמידיו.

לסיכום, ערך המתמטיקה לשמה התבטא אצל התלמידים באופן שונה במעט משיח המדריכים. התלמידים ראו במתמטיקה מטרה בפני עצמה ואף ראו ערך בשימושיה ככלי לקריירה הנדסית. לעומת האדרתם של המדריכים והצוות של המחנה את עשיית המתמטיקה לשמה. עשיית המתמטיקה לשמה התבטאה גם בזליגה של שיח מתמטי ל'זמן הפנוי' של התלמידים, רוב התלמידים קיימו שיח מתמטי בזמן הפנוי, וראו בכך ערך.

4.2.4 סיכום הערכים הסמויים

בסעיפים 4.2.1-4.2.3 הוצגו הערכים הסמויים כפי שנמצאו בשיח צוות המחנה, ולאחר מכן, הוצגה ההתייחסות אליו בשיח התלמידים. סיכום כל ערך בשיח התלמידים והמדריכים מתואר בטבלה 10.

טבלה 10: סיכום הערכים הסמויים

Table 10: Summary of Implicit Values

הערך	בשיח הצוות	בשיח התלמידים
כישרון	תלמידים כישרוניים עדיפים על פני תלמידים לא כישרוניים, הדרך לאיתור הכישרון כללה העדפה לפתרון עצמאי על פני עזרה או רמזים מצד המדריכה והתלמידים, והעדפה לפתרון מהיר.	תלמידים נמנעו לדבר על עצמם בגוף ראשון ככישרוניים, אך דיברו על אחרים בצורה זו. רוב התלמידים ניסו לפתור תרגילים באופן עצמאי, כשהתקשו בקשו רמזים ולא פתרון מלא. מנגד, היו תלמידים שהתקשו בפתרון עצמאי, עבורם הקבוצה היתה לעזר. המהירות היתה כלי להערכה בין התלמידים והתקיימה תחרותיות בין התלמידים.
כללי על להצדקה מתמטית	קיימת עדיפות לשימוש בכללי העל של הקהילה המתמטית על פני כללים אחרים. הכללים היו מתמטיים או קהילתיים, אך יחד עם זאת, הכללים לא נלמדו באופן מפורש.	התלמידים השתמשו בכללים שונים מהמצופה מהם. כללי העל להוכחה כללו כללים שהודגמו ע"י המדריכים בכיתה אך לא תמיד השימוש בהם היה נכון. כמו כן התלמידים השתמשו בכללים נוספים המשויכים לשיח יום יומי.
מתמטיקה לשמה	עדיפות למתמטיקה מופשטת, עשיה מתמטית לשמה, עשיית מתמטיקה גם בזמן הפנוי.	למתמטיקה יש ערך כמקצוע בפני עצמו. המתמטיקה היא שילוב בין האבסטרקטיות לשימושים. יש צורך במתמטיקה לפתוח קריירה הנדסית. מתמטיקה נעשית גם בזמן הפנוי.

4.3 הערכים בשיח המתמטי

בסעיפים הקודמים (4.1-4.2) תוארו הערכים שנמצאו במחנה. בסעיף הנוכחי אדגים כי ערכים אלו שהוגדרו משיח הצוות, ונמצאו גם בשיח התלמידים שכלל ראיונות ושיח חופשי, נמצאים גם בעשיה המתמטית עצמה. בנוסף, אראה שמתקיימים לעתים קונפליקטים בין ערכים מסוימים (בעיקר בין ערך הכישרון והמתמטיקה לשמה), ואדון בקשר בין קונפליקטים אלו למתח בין עשיה מתמטית וזיהוי של משתתפים בשיח.

לצורך המחשת הטענות, הפרק יתאר אפיזודה שהתרחשה במהלך מפגש עמיתים, בו הציגה התלמידה יסמין תרגיל על הלוח. האפיזודה עשירה בהתבטאויות רגשיות, אשר מקושרות לשבירה של כללי-על בשיח מתוך התנגשות של כללי על שונים של השיח (Sfard, 2008, p.436), או במילים אחרות ערכים של הקהילה. על כן האפיזודה מצביעה, מתוך שבירה זאת, הן על הערכים שנמצאו במחנה והן על הקונפליקטים ביניהם.

הערכים שיודגמו באפיזודה הינם: ערך הכתיבה המתמטית, ערך הכישרון, שימוש תקני בכללי על ומתמטיקה לשמה. ערך הכישרון והעבודה באופן עצמאי נסוב סביב זהות התלמיד, בעוד שהערכים האחרים דנים במתמטיקה כאובייקט, דהיינו עשית המתמטיקה כמעט ללא ההקשר האנושי. חלוקה זו מזכירה את החלוקה לריטואל ואקספלורציה (Sfard & Lavi, 2005), מאחר וריטואל נעשה מתוך מטרה לשפר את המעמד החברתי, שקשור לתחום הבן אישי ואילו אקספלורציה עוסקת בפעילויות על עצמים מתמטיים. החלוקה לריטואל ואקספלורציה עוזרת לנו להבחין באופי של ההשתתפות שמכתיבים הערכים שנמצאו במחנה. כמו כן, היא נותנת לנו כלים לנתח את השיח ולבחון את דרכי ההשתתפות ואת הקונפליקטים בין הערכים בצורה אופרציונלית.

על מנת לנתח את האפיזודה בגישה הקומוגניטיבית איעזר בקטגוריות שנמצאו כמבדילות בין השתתפות ריטואלית להשתתפות אקספלורטיבית. לשם כך, אקדים ואצמיד קטגוריות אלו לערכים שעלו משיח הצוות. Sfard & Lavi (2005) מצאו תשע קטגוריות להשתתפות ריטואלית מול השתתפות אקספלורטיבית, מתוכן בחרתי את אלו המשקפות בצורה הטובה ביותר את ערכי המחנה:

1. **מטרה**: השתתפות ריטואלית מאופיינת בהדגשה של התייחסות לאחרים ושיפור מעמד בקהילה, אשר מתקשר לערך **הכישרון**. ערך זה התבטא בשיח המדריכים בזיהוי ותיוג של תלמידים ככישרוניים. לכן תרתי אחר מקומות בשיח בהם השתתפות התלמידים נועדה להקרין כשרון טבעי. לעומת זאת, השתתפות חקירתית נועדה ליצר נרטיבים מוסכמים על העולם, ובאופן פרטי, ליצר נרטיבים מוסכמים על עצמים מתמטיים. דבר זה מתקשר לערך **מתמטיקה לשמה** שמשמעותו שיש ערך עצמי למתמטיקה והיא נעשית לא רק לשם שימושים אחרים או לשיפור מעמד חברתי (שכן מחוץ למחנה, בסביבה היום יומית של התלמידים, היא נעשית לעיתים במחיר של פגיעה במעמד החברתי).

2. ביצוע: השתתפות ריטואלית מאופיינת בביצוע מפוגם (scaffolded) בעזרת אחרים או סמכות, ללא אפשרות לעבודה באופן עצמאי, ואילו בהשתתפות אקספלורטיבית הביצוע הוא עצמאי. הביצוע

באופן עצמאי נמצא גם הוא במחנה כדבר מוערך ששיח המדריכים עודד. עשיה עצמאית הבדילה לעיתים בין התלמידים ה׳כישרוניים׳ לאלה שלא שויכו לקבוצה זו.

3. שימוש במילים ובמתווכים ויזואליים. בהשתתפות ריטואלית, ההתייחסות למילים והמתווכים הוויזואליים היא סינטקטית, כלומר לא נעשה קישור בין הסימנים והסמלים שבשיח כאל אובייקטים נפרדים המקושרים בעזרת כללי על, וכן השיח על עצמים מתמטיים הוא בדרך כלל תהליכי ולא מועצם. בהשתתפות אקספלורטיבית קיימת האחדה בין ייצוגים שונים של אובייקט והשימוש במילים מתבסס על עצמים ולא על פעולות. במחנה היה שימוש תדיר באובייקטים מתמטיים והשיח עליהם על פי רוב היה מועצם ולא נמצאו סימנים לסינטקטיות. האחדה של אובייקטים היתה חלק **מכללי העל** המתמטיים האקדמיים שצופו מהתלמידים במחנה.

4. קְבִילוּת (acceptability). בהשתתפות ריטואלית הקבילות של טענות מתמטיות מבוססת על סמכות או על דעת משתתפים אחרים בשיח, ואילו בהשתתפות אקספלורטיבית הקבילות של טענות מתמטיות לא תלויה בזהות הדובר אלא מתבססת על טענות מתמטיות קודמות. במחנה, היגדים מתמטיים התקבלו לרוב על סמך **כללי על** מתמטיים אקדמיים. לא נמצאו כמעט התייחסויות לסמכות אנושית מצד המדריכים אך כן נמצאו מספר התייחסויות מצד התלמידים, כפי שיודגם בהמשך.

5. דרכים לבחינת נכונות. בהשתתפות ריטואלית אין אפשרות להערכת נכונות של טענה או לפירוק הטענה לגורמים וכללי לוגיקה המחברים ביניהם. מנגד, בהשתתפות אקספלורטיבית יש הבנה של ההיררכיה והמודולריות של טענות מתמטיות; יש אפשרות לבחינת טענה לגופה; ובמידת הצורך ניתן להחליף חלקים שאובחנו כשגויים ברוטינות שקולות. סעיף זה מתקשר לערך של **כללי על תקניים**.

6. הרוטינות והשימוש בהן. בהשתתפות ריטואלית כללי הפתיחה והסגירה של הרוטינות נוקשים, ועל כן טווח היישום של הרוטינה מוגבל. לעומת זאת, בהשתתפות אקספלורטיבית כללי הפתיחה של רוטינות גמישים והשימוש ברוטינה נעשה במגוון רחב של אפשרויות. קטגוריה זו ניתנת לקישור לערך **הרחבה והכללה** בו נדרשת גמישות של רוטינות הן ברמת כללי הפתיחה והסגירה, והן במידת השימושיות שלהן, כלומר בהעברה של רוטינה מנושא אחד לאחר.

הצימוד בין הקריטריונים של השתתפות ריטואלית ואקספלורטיבית לבין הערכים שנמצאו במחנה בשיח התלמידים מסוכם בטבלה 11.

טבלה 11 : ריטואל ואקספלורציה בהתאמה לערכים שנמצאו במחנה
Table 11: Ritual and Exploration in Relation to Camp Values

	הקריטריון	ריטואל	אקספלורציה
1	מטרה	התיחסות לאחרים ושיפור מעמד בקהילה	יצירת היגדים חדשים **בהתאמה לערך מתמטיקה לשמה**
2	ביצוע (performer)	מפוגם (scaffolded) בעזרת אחרים	עצמאי **בהתאמה לערך פתרון באופן עצמאי**
3	שימוש במילים ובמתווכים	סינטקטי	מועצם **בהתאמה לשימוש כללי על**
4	קְבִילות (acceptability)	תלוי באנשים אחרים[53]	לא תלוי באנשים אחרים אלא מסתמך על סמכותו בכללים מתמטיים **בהתאמה לשימוש בכללי על**
5	דרכים לבחינת נכונות	קבלה עיוורת	רוטינות שקולות יכולות להיות מוחלפות **בהתאמה לשימוש בכללי על**
6	הרוטינות ושימושיותן	שימושיות נוקשה ובעלת טווח יישום מוגבל	שימושיות גמישה ובעלת טווח יישום רחב **בהתאמה לכללי על (הכללה והרחבה)**

ניתן לשים לב כי רוב הערכים שנמצאו מכוונים להשתתפות אקספלורטיבית. לאחר שביססתי את הקשר בין קריטריונים של ריטואל ואקספלורציה לבין ערכי המחנה, אבחן ערכים אלה בדרך הבאה : בתחילה (בסעיף 4.3.1) תוצג אפיזודה מתמטית שהתרחשה במהלך אחד ממפגשי העמיתים במחזור הראשון שנחקר. אתאר את ההתרחשות מבחינה מתמטית ובאופן מקוצר, כך שיובאו רק קטעים שאותם אנתח (האפיזודה המלאה מצורפת בנספח י״א). לאחר מכן אנתח את האפיזודה על פי הערכים השונים (בסעיפים 4.3.2-4.3.6), ואתייחס לקריטריונים ריטואלים ואקספלורטיבים ששויכו לערך זה בטבלה 11. לבסוף, אתייחס לקונפליקטים בין הערכים השונים (בסעיף 4.3.7), ובעיקר למתח שבין ערך הכישרון לבין הערכים של המתמטיקה לשמה והשימוש הנאות והשלם בכללי-על של השיח המתמטי. לבסוף, קונפליקט זה ייבחן גם לאור המתח שבין השתתפות ריטואלית ואקספלורטיבית.

4.3.1 תקציר האפיזודה

בקטע הבא מתוארת אפיזודה שהתרחשה ביום השמיני של המחנה במחזור הראשון שנחקר. האפיזודה התרחשה במהלך מפגש עמיתים המיועד להצגת תרגילים על הלוח. בכתה נכחו באותה העת תשעה תלמידים משתי קבוצות במחנה ומדריכותיהן : מיטל (המסומנת בתכתוב כמדריכה2

[53] נקרא גם אד-הומינום, טיעון שנבחן על סמך הדובר ולא על סמך תוכן הטיעון.

ומדריכה נוספת - החוקרת (רחל). יסמין, אחת התלמידות התנדבה לעלות ללוח לאחר מספר תלמידים שהציגו פתרונות. הקטע החל בכך שיסמין עלתה ללוח כדי לכתוב את ההוכחה שהיא כתבה יום קודם לכן במחברתה. השאלה אותה יסמין הציגה על הלוח לקוחה מתוך שאלות מתקדמות בגיליון התרגילים:

הוכיחו כי לכל מספר $n!+2, n!+3, \dots, n!+n$

יש מחלק ראשוני שלא מחלק אף אחד מהמספרים האחרים.

מיד בתחילתו, נראתה התייחסות רגשית לאופציה של טעות מצדה של יסמין.

שורה	דובר	מה נאמר
7	יסמין	רגע (פונה לשיר) למה את מעתיקה את זה?
8	שיר	כי אני רוצה שיהיה לי.
9	יסמין	אבל אם אני אעשה עכשיו משהו לא נכון?
10	בן	לא נורא, קורה!
11	יסמין	רגע, אז טוב אני בעצמי לא מבינה, כאילו, אני מבינה מה שכתבתי,
12	יסמין	כתבתי את זה בשפה מאוד מסורבלת אז אני אנסה לתרגם את זה.

לאחר חילופי דברים אלה, החלה יסמין לכתוב את ההוכחה על הלוח.

14	יסמין	+2 +3 והלאה.. עד פלוס n.
15	שיר	הא, זה לא נורא.
16	יסמין	לא , זה לא מסובך בכלל!
17	יסמין	ואז בעצם אם הוספתי 2, אז המס׳ לא יתחלק בשום מספר קטן מ- n חוץ מ 2
18	יסמין	בסדר? יופי.
20	יסמין	ואז אם הוספתי 3 אז הוא לא יתחלק בשום מספר קטן מ- n חוץ מ- 3
21	יסמין	ואז ברגע שהגענו ל- 4 שהוא כפולה של 2 אז המספר צריך להתחלק גם ב- 2, הם, רגע, אבל הוא חייב להתחלק גם בעוד גורם ראשוני שגדול מ- n
22	יסמין	נכון, אם יש לנו n!+2 אז הוא חייב להתחלק ב- 2 ובעוד גורם ראשוני. גורם ראשוני p, שגדול יותר מ n (מציירת את איור 5)
24	יסמין	אז ה-n!+4 צריך להתחלק ב- 2 ועוד משהו שונה מ- p (מציירת על הלוח)
25	יסמין	אז ככה יש לנו עם כל הדברים.
27	מדריכה	למה אמרת את זה? למה?

מכאן התפתח דיון שיתואר בסעיפי ההמשך המתייחס לטענה כי $p=(n!+2)/2$ הוא ראשוני.

91	מדריכה	לא כי זה מאוד מעניין, כי אם את אומרת את זה, אז את אומרת שקל לי מאוד למצוא מס׳ ראשוניים.... אוסיף לו 2, הא לא, אוסיף לו 2, אחלק אותו ב- 2
92	מדריכה	ואז אני קיבלתי מס׳ ראשוני. זאת אומרת שנתת לי אלגוריתמים למצוא מס׳ ראשוני, בגלל זה, זה מוזר לי.

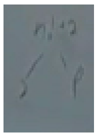
כוונתה של המדריכה בשורות אלה, היתה להראות ליסמין שמשהו בהוכחה שלה "מוזר", משום שטענתה מובילה לסדרה בה כל המספרים ראשונים. זאת משום שטענה שעל פיה מספר המתחלק ב-2 ראשוניים בלבד, 2 ו- p, מובילה למציאת מספרים ראשוניים על ידי הנוסחה $p=(n!+2)/2$.

מאחר שידוע שאלגוריתם (כנוסחה סגורה) [54] למציאת מספרים ראשוניים לא קיים בקהילה המתמטית, ראתה המדריכה בטיעון הזה יסוד להפרכת טענתה של יסמין. ואולם, שיר ויסמין לא הבינו זאת כך.

93 שיר זה די קרוב לאלגוריתם שמוצא מספרים ראשוניים
94 יסמין כן זה..
זה יחסית קרוב, כי בעצם מה אני עושה, אני כופלת הרבה מספרים ראשוניים
95 שיר ומוסיפה אחד, אז כאן אני כופלת את כל המספרים ומוסיפה 2

כלומר, שיר ויסמין לא הסכימו עם המדריכה. בשלב זה, פנתה המדריכה אל שאר חברי הקבוצה.

בהקשר למתווך הוויזואלי שכתבה יסמין על הלוח (איור 5) מופיע השיח הבא:



איור 5: האיור של יסמין על הלוח

Figure 5: Jasmine's Illustration on the Board

111	מדריכה	למה פה (מפנה אצבע לאיור 5) (N!+2) זה 2 כפול מס׳ ראשוני? ברור לכולם?
112	מדריכה2	כן גם לי לא כל כך ברור.
113	שי	בסוף מקבלים פירוק לגורמים אבל למה זה רק 2 (גורמים)
114	מדריכה	כן, למה פה זה 2 כפול מספר ראשוני, אני לא.., אני לא חושבת שזה נכון.
116	מדריכה	אה, אבל my opinion , אני לא בטוחה שאני צודקת.
117	יסמין	לא לא, זה יכול להיות 2 כפול הרבה דברים אבל בסוף יש שם מספר ראשוני.
118	מדריכה	ברור שבסוף יש לך גורמים ראשוניים, אבל למה יש 2 זה מה שמפריע לי.
119	יסמין	לא, אין לך רק 2 (ראשוניים)
120	מדריכה	אבל זה מה שציירת פה (מצביעה על איור 5)
		כי את הנחת שיש 2 מחלקים ואז אמרת שבגלל שיש 2 אז זה (p) בדיוק n!
124	מדריכה	ועוד 2 חלקי 2, אם הבנתי נכון את מה שאמרת
126	מדריכה	ככה אני הבנתי את ההוכחה שלך, ואולי לא הבנתי כלום וזה בסדר
127	יסמין	אני לא הבנתי מה את הבנת מההוכחה שלי
		אני הבנתי שאת מתרצת את זה שקיים לך משהו אחר בזה שהדבר הזה הוא
128	מדריכה	בדיוק n עצרת ועוד 2 חלקי 2.
129	יסמין	ש...מה?
130	מדריכה	ש- p זה שווה n עצרת ועוד 2 חלקי 2.
131	יסמין	עוד כל מיני דברים.
132	מדריכה	ואז לא ברור לי למה מה שאת אומרת לי הוא נכון.
152		תראי, אז שוב, אז את אומרת, כאילו כל טענה שאת טוענת פה היא צריכה
153	מדריכה	בירור. את אומרת איזושהי טענה, יכול להיות שהיא נכונה.
154	יסמין	אמרת שאני חושבת מוזר, אז אני חושבת מוזר .
155		לא, אין לי בעיה. יכול להיות שזה נכון ויכול להיות שתגלי פה טענה חדשה
156	מדריכה	ותכתבי על זה מאמר.
157	יסמין	כן ממש (נאמר בציניות).

[54] למרות ניתן למצא אלגוריתם לבניית סדרה של מספרים ראשוניים: בהינתן הראשוניים $p_1,\dots,p_n$, הראשוני הבא p_{n+1}, מוגדר בתור הגורם הראשוני הקטן ביותר של $N=p_1\cdots p_n+1$. סדרה זו אינה ניתנת כנוסחה סגורה. הניסיונות למצא סדרה על ידי $a_n=f(n)$ וכל אבריה ראשוניים העסיקה מתמטיקאים רבים, אך לא נמצאה סדרה כזו.

160	מדריכה	לא, אולי כן, יש פה הרבה דברים מעניינים יש לנו טענה שאת אומרת n עצרת ועוד 2 יש לו גורם ראשוני גדול מN. זו הטענה שלך.
161	יסמין	רגע, לא יודעת אני לא זוכרת.
162	יסמין	מה מצחיק?
163	בן	לא משנה.
166	יסמין	די די לא לצחוק עלי!
167	בן וגל	מי צוחק עליך?
168	גל	לא חס וחלילה.
169	מדריכה	מה פתאום, זה תרגיל מצויין, יפה מאוד
171-174	יסמין	נו הנה! כן, את רואה? 1,814,401 זה מס' ראשוני! לא? זה נראה ראשוני! זה מספר ראשוני! זה בהכרח מספר ראשוני! זה מס' ראשוני!
175	פול	אבל יכול להיות שהמספר הזה מתחלק ב2 מספרים שונים
182	מדריכה	תשמעי זה שאת מוכיחה לי את זה במספרים
183	יסמין	לא אני לא מוכיחה במספרים אני אוכיח את זה נורמלי...
223	מדריכה	לא, אני בטוחה שיש לך הוכחה יפה, אבל היא צריכה להיות גם נכונה
224	יסמין	אני כבר לא זוכרת איך מסבירים אותה
225	שיר	בשביל זה חשוב לכתוב
226	יסמין	כתבתי, אבל זה, את מבינה משהו מזה?
235	יסמין	אבל לא טעיתי! אני הוכחתי את זה אתמול!
236	מדריכה	לא בטוח שטעית, אני רק אומרת, שיכול להיות, צריך לבדוק את זה וצריך לכתוב את זה מסודר בסדר?
237	שיר	סליחה, תרגיל אחד לא אומר שום דבר, אל תכנסי לפאניקה, את עדיין ממש מצליחה
238	מדריכה	זה בסדר גמור, אף אחד לא ניסה בכלל לגשת לתרגיל הזה אז זה שנסית זה כבר..
239	יסמין	אני תמיד נמצאת בתרגילים האחרונים את יודעת
240	מדריכה	זה שניסית זה כבר משהו גדול, מה שכן, מי שכן ינסה לגשת לתרגיל הזה..
241	יסמין	שלא יעשה את זה כמוני!

כעת אמחיש בעזרת האפיזודה את הערכים שנמצאו במחנה. בסעיף 4.3.2 אתייחס לערך התמודדות עם קושי, בסעיף 4.3.3 אתייחס לפתרון באופן עצמאי, בסעיף 4.3.4 אתייחס לערך כתיבה מתמטית תקנית ובסעיף 4.3.5 להנחות לגבי רקע מתמטי קודם.

. בסעיפים אלו אדגים את ההשתתפות האקספלורטיבית ביחס לערכים אלו. בפרק האחרון אתאר את השתקפות ערך הכישרון באפיזודה זו ואקשר ערך זה להשתתפות ריטואלית. בכל פרק ההפניה לשורה מתוך האפיזודה תסומן ב [מספר שורה].

4.3.2 התמודדות עם קושי

סביב ערך ההתמודדות עם קושי ניתן למצוא באפיזודה שלעיל מתחים בין גישת התלמידים וגישת המדריכה. מצד אחד, יסמין פעלה להימנע מהאתגרים שהוצבו בפניה במהלך ההצגה על הלוח. יתרה מזאת, אף על פי שמספר תלמידים לא הצליחו לפתור את התרגיל הנדון, נראה כי ליסמין היה חשוב להראות שהוא אינו מהווה עבורה אתגר משמעותי. כאשר שיר הגיבה לתחילת ההסבר של יסמין ב"הא, זה (התרגיל) לא נורא" השיבה יסמין ש"לא, זה לא מסובך בכלל [15-16]". מכאן אף ניתן להסיק כי מסובך הוא נורא.

מצד שני, המדריכה השתמשה בהתמודדות עם קושי כבסיס להערכה חיובית. כך, לאחר שיסמין כשלה מלשכנע בנכונות ההוכחה שלה, המדריכה נחמה אותה בכך שעצם הניסיון - למרות חוסר ההצלחה בפתרון - הוא חשוב כשלעצמו: "זה שניסית זה כבר משהו גדול [240]". ניתן לראות את אמירת המדריכה לא רק כמבע של הערכה אלא גם כתהליך של אקולטורציה (acculturation) לתרבות ולערכים המוצהרים של המחנה. לבסוף, יש לציין כי אמירה אחרת של יסמין ("אני תמיד בתרגילים הקשים") מצביעה על כך שכן הפנימה את חשיבות התמודדות עם אתגרים, אך יישמה את הערך רק עד גבול מסוים. אותו גבול הוא כנראה המקום בו הערך פוגע בסטטוס שלה, כלומר מתנגש בערך הכישרון.

4.3.3 פתרון באופן עצמאי

הפתרון שהציגה יסמין נעשה באופן עצמאי לפני הצגתו, וגם לא נבדק על ידי המדריכה עד העלייה ללוח. כמו כן, במהלך הצגת התרגיל לא נעשה ניסיון מצד המדריכה לעזור או לפגם (scaffold) את תהליך הפתרון. המדריכה שימשה רק כמבקרת הבודקת את נכונות הטענות ושוללת אותן במידת הצורך.

מבין הקטגוריות שתוארו בתחילת הפרק כמבדילות בין ריטואל ואקספלורציה, זו הרלוונטית לערך הנוכחי הינה ביצוע (performer). זוהי קטגוריה הבוחנת אם ההשתתפות של יסמין היא עצמאית או נשענת על משתתפים אחרים. לאור ניתוח האפיזודה, ניתן לקבוע כי השתתפותה של יסמין הינה עצמאית ולכן בקריטריון הביצוע ההשתתפות של יסמין אקספלורטיבית. התנהלות הכיתה באפיזודה תואמת את דרך הפעולה של הקהיליה המתמטית האקדמית, לפיה כל המשתתפים אמורים לעסוק בייצור של נרטיבים מתמטיים, כאשר כל אחד מהם אחראי באופן מלא על טענותיו ומצופה להצדיקן על פי כללי העל המוסכמים בקהילה.

הנקודה היחידה בדיון בו סטו המשתתפים מהתנהלות זו הייתה כאשר נושא הזיהוי הפך לדומיננטי (כפי שמפורט בערך הכישרון בסעיף 4.3.4), אך גם אז המשתתפים עשו זאת ללא ניסיון להפר את עצמאותה של יסמין. ההנחה הייתה שיסמין היא האחראית לפתרון, ואם הוא שגוי, היא תמצא ברבות הזמן פתרון אחר. לראייה, כאשר שיר ניסתה להציע כיוון חלופי לפתרון, המדריכה התעקשה לאפשר ליסמין להתמודד עם הבעיה בעצמה: "אני רוצה שיסמין תסביר את (הפתרון) שלה ואת יכולה לכתוב את שלך ונדבר עליו אחר כך [134]".

יסמין פעלה לפי ערך פתרון עצמאי ולקחה אותו צעד אחד קדימה, נראה כי הפתרון באופן עצמאי גם גרר אחריות על הפתרון מצד יסמין ללא מקום להתערבות של המדריכה או ביקורת עליו. יסמין

כביכול אמרה למדריכה "רוצה שאפתור באופן עצמאי? אוכל לפתור כך אך אל תפריעי לי. זה עולה באופן מאוד ברור מדבריה לחברתה " אני עומדת על הלוח מוכיחה תרגיל, וכל שנייה היא מתערבת לי, אומרת לי מה לא נכון בהוכחה שלי [307]". כלומר נראה כי הערך הזה על פיו יסמין פעלה מנע ממנה אפשרות לקבל ביקורת לטענותיה.

4.3.4 כתיבה מתמטית

הערך של כתיבה מתמטית הופיע באפיזודה בשורות [7-8], [11-12], [225-226], [232], [236]. בפסקאות הבאות יתואר האופן בו התייחסו התלמידים והמדריכים לחשיבות הכתיבה.

כבר בתחילה, כאשר התלמידה שיר העתיקה למחברתה את הפתרון שיסמין החלה לכתוב על הלוח, יסמין פנתה אליה בשאלה "למה את מעתיקה את זה? [7]", ושיר השיבה, "כי אני רוצה שיהיה לי [8]". המדריכים עודדו את התלמידים לכתוב במחברת תרגילים מהלוח על מנת לשפר את כתיבתם המתמטית. העתקה זו מדגישה את חשיבות הכתיבה המתמטית מבחינת שיר. העתקה, בשונה מכתיבה של פתרון אישי, היא חזרה על כתיבה של פתרון של תלמידה אחרת. אך גם כתיבה של פתרון שהתלמידה לא פתרה בעצמה היה חלק מיישום הערך של הכתיבה במחנה.

מיד לאחר מכן, יסמין ציינה: "אני בעצמי לא מבינה, כאילו, אני מבינה מה שכתבתי, כתבתי את זה (ההוכחה) בשפה מאוד מסורבלת אז אני אנסה לתרגם את זה (ההוכחה) [11-12]". באמירה זו יסמין מביעה הפנמה של חשיבות הכתיבה, אך עם זאת, על אף שנראה כי היא הפנימה את חשיבות הכתיבה היא לא פעלה על פי ערך זה בפועל, כלומר, היא לא כתבה בצורה שתאפשר לה לתקשר ולהעביר את הכתיבה בעל פה ועל הלוח אלא היא טענה כי נדרש ממנה לתרגם את מה שכתבה.

בשורות 225-226, לאחר שיסמין טענה שהיא כבר לא זוכרת כיצד הוכיחה את הטענה, שיר ענתה לה כי "בשביל זה חשוב לכתוב". עבור שיר, הכתיבה נחוצה בכדי שלא להסתמך על הזיכרון. יסמין השיבה לה: "כתבתי, אבל זה, את מבינה משהו מזה?" תוך שהיא מראה לשיר את המחברת. ניתן להסיק מכך, כי ישנה התאמה ריטואלית של יסמין לחשיבות הכתיבה. יסמין אמרה "כתבתי,... אבל זה, את מבינה משהו מזה?" או במילים אחרות "ביצעתי את הכללים אבל הם לא עוזרים כאן". יש כאן פער בין שיר (שרומזת שהבעיה של יסמין היא שהיא לא כתבה באופן שיסייע לה לשחזר את ההוכחה) לבין יסמין שטוענת ב"את מבינה מזה משהו"? שלמעשה הכתיבה לא מסייעת. בנוסף, יסמין אמרה את המשפט "אבל את מבינה משהו מזה?" בהומור ובטון שלא מעיד על בושה או מבוכה

(אולי אפילו קצת על גאווה)[55]. כלומר יתכן ולדעתה הכתיבה היא מוערכת (היא כתבה, ולא רק זכרה את הפתרון בעל פה) אבל היא אינה רואה כיצד הכתיבה עוזרת לה. על אף שחשיבות הכתיבה נלמדה במחנה, אופן הכתיבה לא נלמד במחנה באופן פורמלי אלא על ידי התנסות ומשובים (ראו סעיף 4.1.2).

לעומת יסמין, שנראה כי מקלה ראש בחשיבות הכתיבה, המדריכה מתארת הן את הכתיבה והן את השיח הנובע ממנה ככלים לבירור אמיתות מתמטיות: "תראו, אני רוצה להגיד לכם שזה אחד מהתפקידים של הלוח, ללוח יש פוטנציאל מאוד גדול בגילוי של דברים. לפעמים אנחנו חושבים שאנחנו מבינים משהו וכשאנחנו באים ומסבירים את זה לאנשים אחרים, שמה, בדיוק בנקודה הזאת אנחנו מגלים מה אנחנו מבינים ומה אנחנו לא מבינים וזה מאוד חשוב, הנקודה הזאת. [232]". כלומר, המדריכה מנסה להסביר לתלמידים כי הפתרון הכתוב והצגתו על הלוח יכולים לתרום לשיח הפנימי של האדם בתהליך למידת המתמטיקה.

מספר שורות לאחר מכן, המדריכה מוסיפה כי את האמיתות של טענות מתמטיות ניתן לבדוק רק אם הכתיבה מסודרת: "לא בטוח שטעית, אני רק אומרת, שיכול להיות, צריך לבדוק את זה, וצריך לכתוב את זה מסודר בסדר? [236]", כלומר הכתיבה איננה חשובה רק עבור ההבנה העצמית אלא גם בכדי שאנשים אחרים יוכלו לבדוק את נכונותה.

לסיכום, ערך הכתיבה המתמטית התבטא באפיזודה זו על ידי התלמידות והמדריכה כאחד, אשר ראו בו כלי ללמידה, לחשיבה, לתקשורת תוך אישית ולתקשורת מתמטית בין אנשים.

יסמין **לא** פעלה על פי ערך זה ואילו המדריכה ושיר (תלמידה נוספת) פעלו לפי הערך. יתרה מכך, היעדר הכתיבה התקנית נתפסה כאחד הגורמים העיקריים לבעייתיות בפעילות של יסמין, כפי שניתן לראות מהאמירה המסכמת של המדריכה ש"לא בטוח שטעית, ... וצריך לכתוב את זה מסודר, בסדר?" [236]. זאת ועוד, אמירה זו ("לא בטוח שטעית, ... וצריך לכתוב את זה מסודר") נאמרה כסוג של ניחומים. המשתמע מכך הוא ש"טעית" **יותר גרוע** מ"לא לכתוב את זה מסודר" (אחרת, זה לא היה משמש כניחום). כלומר, מתואר איזשהו מתח. באופן מוצהר – החשוב הוא הכתיבה התקנית והמסודרת. באופן סמוי, עדיין – ה"טעית" (שמרמז אולי על חוסר כישרון) הוא החמור יותר.

[55] יתכן והתייחסות זו של יסמין רומזת לדמות המתמטיקאית ה"גאונה" שמבינה הכל בראש אבל כתיבתה לא ברורה לאף אחד. דבר זה מזכיר מאוד את הסיפור על המתמטיקאי פרמה, שכשכתב את המשפט האחרון של פרמה, כתב "גיליתי הוכחה נפלאה למשפט זה, אך שוליים אלו צרים מלהכילה".

4.3.5 רקע מתמטי

ערך זה מורכב מהנחות לגבי הידע הקודם של התלמידים, ובין היתר מכללים ששימשו להערכת ההוכחות המתמטיות במחנה. למרות חשיבותו עבור העשייה המתמטית, ערך זה לא היה גלוי במחנה. המדריכים לקחו את הרקע כמובן מאליו, אמנם הושמעו על ידי המדריכים אמירות כגון "צריך לפתור מסודר [W1D2C2,14]" ו"יש כללים בהוכחה מתמטית [W1D4C3,13]", אך הכללים לא נאמרו באופן מפורש או שיטתי, ולא נעשה תהליך הוראה מסודר לתיאורם[56].

המקום העיקרי בו הכללים כן קיבלו ביטוי מצד המדריכים היה כאשר טענות התלמידים לקו בחסר מבחינה מתמטית. גם במקרים אלו ביטוי הכללים היה חלקי ומעורפל. באפיזודה שלפנינו, כאשר טענתה של יסמין לא לוותה בנימוק ראוי, המדריכה הבהירה כי "כל טענה שאת טוענת פה, היא צריכה בירור [152]". לקראת סיום האפיזודה, המדריכה החמיאה ליסמין שההוכחה שלה יפה אך סייגה ש"היא (ההוכחה) צריכה להיות גם נכונה [223]". מהדוגמאות הנ"ל אמנם משתמעים שני כללי-על לבחינת הוכחות, יופי ורציפות לוגית-מתמטית, אך הם לא הוגדרו ככאלו באופן גלוי. מעבר לרמת המפורשות, מאפיין נוסף של כללי העל בהם השתמשו המדריכים הוא ביסוסם לא רק על לוגיקה פורמלית, אלא גם על מוסכמות קהילתיות להערכה, כגון "פתרון פשוט של בעיה מסובכת במתמטיקה יתקבל בחשדנות". ניתן לומר אם כן שהמדריכים הסתמכו על שני סוגי כללים, לוגים וקהילתיים.

כיוון שכללי העל של הצוות נשארו מרומזים, התפתח פער בין אלו לבין כללי העל בהם השתמשו התלמידים. גם התלמידים הסתמכו על שתי קבוצות נבדלות של כללים בתהליך הפתרון. בדומה למדריכים, הם השתמשו בכללי על המבוססים על לוגיקה פורמלית, אם כי לא תמיד באופן נכון. ובנוסף, התלמידים יישמו כללים השאולים משיח היומיום. לדוגמא, טענה "קרובה" לטענה נכונה, נכונה גם היא [93]. השוני בין כללי העל של הצוות ואלו של התלמידים יצר מתח בשיח הכיתתי. למשל בקטע שלעיל הוא הוביל לפער בתקשורת, ודווקא חוסר המפורשות של הכללים החריף את הפער, משום שהתלמידים לא היו ערים לו על מנת ללמוד ולתקן את תפיסתם.

כפי שדובר שבתחילת הפרק, ערך רקע מתמטי קודם כולל רוטינות וכללי על לקבילות טענות מתמטיות ולדרכים לבחינת נכונותן. ביחס לכללי העל, השתתפות התלמידים נעה בין ריטואלית לאקספלורטיבית. היא לא התאימה למאפיינים מובהקים של ריטואל, כיוון שהתלמידים לא נשענו על סמכות המדריכה בכדי לקבוע קבילות ונכונות, לא הסתמכו על טיעונים סינטקטיים ולא הראו

[56] פרט לתיאור כלל על של הוכחה באינדוקציה.

נוקשות בכללי הפתיחה והסגירה של רוטינות. מצד שני, ההשתתפות גם לא ענתה באופן מלא למאפייני האקספלורציה כיוון שהתלמידים לא הסתמכו רק על כללי על מתמטיים המקובלים בקהילה המתמטית לקביעת נכונות טענות שהושמעו בפניהם. זאת ועוד, בעוד שמבחינת התלמידים היה ניסיון להרחבה והכללה של טענות, דבר המאפיין עשייה אקספלורטיבית, ההרחבה לעתים נעשתה בעזרת רוטינות שגויות שלא מוסכמות על הקהילה המתמטית.

על מנת להמחיש את האבחנות שנעשו עד כה, ולהדגים את הפער ברקע הקודם תנותח תחילה דוגמא לשימוש שונה בהאחדה בין המדריכה והתלמידה. היתה הנחה מצד המדריכה היתה בנוגע להאחדה של אוביקטים שכנראה התלמידה לא עשתה. לאחר מכן, תנותח לעומק דוגמא שבמרכזה מוסכמה קהילתית. לאחר מכן יובאו דוגמאות לשימוש בכללי על בשיח התלמידים שלא מוסכמים על ידי הקהילה המתמטית, ולבסוף ידונו כללי על נוספים הקשורים לשימוש בדוגמאות.

האחדת אובייקטים מתמטיים

השימוש במתווכים ובמילים במחנה באופן כללי לא היה סינטקטי, אבל נראה כי האחדה של אוביקטים לא נעשתה באופן שווה אצל משתתפים שונים בשיח, דבר זה בא לידי ביטוי בקונפליקט בשיח. היות והחוסר בהאחדה אינו מדובר, ונראה כי הוא שמוביל למבוכה, כפי שיודגם בקטע הבא.

בתחילת ההוכחה, יסמין טענה "אם יש לנו n!+2 אז הוא חייב להתחלק ב- 2 ובעוד גורם ראשוני. גורם ראשוני p, שגדול יותר מ- N (מציירת את איור 5) [21] "האיור שציירה, פרק את n!+2 בעזרת 2 קווים מתחתיו למספרים p ו- 2. היא אמרה כי הוא (n!+2) מתחלק בגורם ראשוני p. עבור המדריכה המתווך הוויזואלי הנראה באיור 5 תורגם אוטומטית ליחס אחר בין שני העצמים: יחס שאומר p=(n!+2)/2. אין שום עדות לכך שיסמין גם מזהה את שני הביטויים האלו כשקולים באופן מיידי כמו המדריכה. להפך, היא אומרת במלים ברורות שאינה לא מבינה את המדריכה "אני לא הבנתי מה את הבנת מההוכחה שלי [127]".

יתכן ויסמין לא קישרה את המתווך הווזואלי באיור 5 אל המשוואה $n! + 2 = 2p$ שממנה נגזר כי $p = (n! + 2)/2$. קישור המתווך הויזואלי להצגה האלגברית $p = (n! + 2)/2$ דורש האחדה (saming) של האובייקט הוויזואלי עם הנוסחה האלגברית. האינדיקציות מראות כי ההסבר של המדריכה, שכלל האחדה של אובייקטים לא היה ברור דיו עבורה ("אני לא הבנתי מה את הבנת מההוכחה שלי [127]", וגם לאחר שניתן הסבר מהמדריכה, יסמין הוסיפה ושאלה "שמה? [129]").

באופן כללי, ייתכן והתלמידים לא עשו האחדה זו, כלומר התקשו לעקוב אחר האחדה זאת שהמדריכה עשתה באופן כל כך אוטומטי ללא כל הסבר.

כלל על זה, המתאר האחדה של אובייקט ויזואלי ומשוואה אלגברית היה כנראה כלל על של השיח סמוי כל כך שהיה מצופה מהתלמידים לעקוב אחריו. אמנם בשורה 124 המדריכה חזרה על ההסבר, אבל זה נעשה באופן מהיר, וכנראה **לא** עבר דרך המתווך הויזואלי האלגברי (המשוואה $n! + 2 = 2p$). נראה כי ההאחדה בין יחסי כפל ויחסי חילוק (כלומר שאם מספר מתחלק ל- 2 וp אז ניתן לדעת מהו p) אינה מיידית אצל התלמידים ומכך, הסיכוי לעקוב אחרי המדריכה קטן. ההתמקדות בהאחדה של האובייקטים, שמהווה חלק מתהליך העצמה של השיח, מדגיש את המרכזיות של עיצום של השיח (ובפרט האחדתו) מסוגים מסוימים המצופים מהתלמידים אך עם זאת כל כך נסתר מהעין. המרכזיות של העיצום בשיח הזה, המודגם כהאחדה בין יצוג ויזואלי ויצוג אלגברי, היה חלק מכללי העל המתמטיים הכוללים האחדה של אוביקטים (באופן עמוק ולא מוצהר). האחדה זו היא חלק מהשלבים בתהליך העיצום במעבר מהשתתפות ריטואלית בה השימוש במילים ובמתווכים הוא סינטקטי לבין השתתפות אקספלורטיבית בה יש האחדה של אוביקטים שונים.

האחדה זו לא נמצאה ככלל על בשיח במחנה אלא רק בעשייה המתמטית עצמה במהלך הניתוח הקומוגניטיבי. נראה כי האחדה זו היתה סמויה יותר משאר הכללים האחרים. נמצאה גם העצמה שלא דוברה בכלל לא באופן סמוי ולא באופן גלוי, ודבר זה מתאר גם את החוזקה של השיטה הקומוגניטיבית המאפשרת למצא את מה שאנשים לא יודעים שהם לא יודעים.

לאחר שנבחנה האחדה של אובייקטים, להלן אדגים כלל על לפיו פתרון פשוט של בעיה מסובכת במתמטיקה יתקבל בחשדנות, אותו הפעילה המדריכה. הדוגמא תבהיר שכללי העל בהם משתמשת המדריכה הם לעתים שונים מאלו של התלמידים. האחרונים לא מודעים לחריגתם מהכללים המצופים, והבדל זה יוצר מתח בין הצדדים.

כלל העל, למרות היותו בלתי מפורש, ניתן לניסוח באופן הבא: **פתרון פשוט של בעיה מסובכת במתמטיקה יתקבל בחשדנות.**

יסמין טענה כי $n! + 2$ מתפרק לשני גורמים ראשוניים (איור 5) בלבד וכי "זה תמיד יהיה ככה" [88] מבלי שהציגה טיעון מתמטי לשם הוכחה. לכך המדריכה הגיבה: "זה מאוד מעניין, כי אם את אומרת את זה, אז את אומרת שקל לי מאוד למצוא מספרים ראשוניים. זאת אומרת שאני אקח

משהו עצרת ($n!$)... אוסיף לו 2 אחלק אותו ב -2 ואז אני קיבלתי מספר ראשוני. זאת אומרת שנתת אלגוריתם (סדרה מפורשת) למצוא מספר ראשוני, בגלל זה, זה מוזר לי" [91].

תגובה זו כוללת טיעון לוגי וטיעון שאינו מתמטי גרידא. נפרק את טיעון המדריכה לשני חלקיו:

1. מהטענה ש $n! + 2$ מתפרק לשני גורמים ראשוניים בלבד, ניתן להסיק שהגורם הראשוני P הוא מהצורה $(n! + 2)/2$.[57]
2. מהטענה $p = (n! + 2)/2$ ניתן להסיק קיום אלגוריתם למציאת מספרים ראשוניים. זאת, באמצעות לקיחת כל מספר n טבעי, חישוב העצרת שלו, הוספת 2 וחלוקת התוצאה ב- 2.
3. טענה 2 היא בעייתית משום שידוע בקהילה המתמטית לא נמצאה סדרה בה כל האיברים ראשוניים (על אף שרבים ניסו למצא כזו סדרה, ולכן זו בעיה קשה).

ההפניה בטיעון 1 ("כי אם את אומרת את **זה**") מפורשת לאחר מכן בשיח ("זאת אומרת שאני אקח משהו עצרת ($n!$)... אוסיף לו 2 אחלק אותו ב- 2 ואז אני קיבלתי מספר ראשוני"). על פי פירוש זה, כלל העל בטענה 1 הוא **היסק לוגי פורמלי**. מה שנותר לא מפורש בשיח זה ההפניה לטיעון 3 ("בגלל **זה**, זה מוזר לי"). המוזרות בטענה נובעת מכך שמציאה של סדרה ($a_n = f(n)$) שכל איבריה הם מספרים ראשוניים היא בעיה שהעסיקה מתמטיקאים רבים ושלא נמצא לה פתרון. על כן כאשר יסמין מביאה טענה כזו, היא תתקבל בחשדנות יתרה. זהו **היסק לפי מוסכמה קהילתית (פתרון פשוט של בעיה מסובכת במתמטיקה יתקבל בחשדנות)**.

כיוון שההיסק אינו מפורש בשיח (כלומר חסרה אמירה של המדריכה שאין אלגוריתם כזה בנמצא, אולי משום שהיא הניחה כי ידוע לתלמידים שלא קיים כזה), התלמידים אינם מודעים למשמעות של תגובת המדריכה. לכן במקום שהתגובה תעודד את הפרכת הטענה של יסמין לגבי האלגוריתם, היא מביאה לתוצאה הפוכה. התלמידים לא ראו באמירה "זה מוזר לי" הטלת ספק בנכונות של הפתרון, אולי מכיוון ש'פתרון פשוט של בעיה מסובכת במתמטיקה יתקבל בחשדנות' אינו נמצא במערכת כללי העל שלהם. יתרה מכך, הם בחרו להשתמש בכללי על משיח היומיום על מנת לחזק את טענת יסמין.

כללי על משיח יום יומי

דוגמא לכלל על משיח יום יומי נצפתה כאשר שיר השתמשה במילה אלגוריתם, מילה שזה עתה ששימשה את המדריכה: "זה די קרוב לאלגוריתם שמוצא מספרים ראשוניים"[93]. נראה כי עבור

---

[57] טיעון זה נידון בפסקה על האחדה של אובייקטים.

שיר קיים אלגוריתם שמוצא מספרים ראשוניים ומה שנעשה על ידי יסמין 'קרוב' לאלגוריתם זה. המילה 'קרוב'[58] אינה מקבלת כאן הקשר מתמטי וכנראה לקוחה מכללי שיח של דיון יום יומי (לא מתמטי), שם משתמשים במילה 'קרוב' על מנת להצדיק טיעונים או לפשר בין טיעונים סותרים. שיר הסבירה את טענתה ביתר פרוט: "זה יחסית קרוב, כי בעצם מה אני עושה, אני כופלת הרבה מספרים ראשוניים ומוסיפה אחד, אז כאן אני כופלת את כל המספרים ומוסיפה 2" [95].

לוגית, טענות "קרובות" אינן "נכונות יותר" מאשר טענות שאינן "קרובות". למעשה, אין משמעות ל"קרבה" בין טיעונים מתמטיים מבחינה לוגית. למרות זאת, כששיר השתמשה בביטוי "יחסית קרוב", היא כנראה התבססה על כלל על שאומר כי טענות קרובות מחזקות זו את זו. נבחן זאת לעומק. לשיר יש שתי טענות [95]:

S1 ניתן למצוא מספר ראשוני על ידי הכפלת N מספרים ראשוניים והוספה של אחד

.$(p_1 * p_2 * \dots p_N + 1)$

S2 בצורה דומה, הכפלה של n מספרים טבעיים, הוספת 2 וחלוקת התוצאה ב2 מייצרת אף היא מספר ראשוני.

בטענה S1 שיר התבססה כנראה על ההוכחה בשלילה של קיום של מספרים ראשוניים. הוכחה זו נעשתה בכיתה ביומו הראשון של המחנה והתבססה על הוכחה שמיוחסת לאוקלידס:

ההוכחה של אוקלידס היא הוכחה בשלילה. ההנחה היא כי יש מספר סופי של ראשוניים $p_1, p_2, \dots p_N$ ומגדירים $M = p_1 * p_2 * \dots p_N + 1$. המספר M לא מתחלק באף אחד מהראשוניים $p_1, p_2, \dots p_N$ ומכיוון שהנחנו שהם הראשוניים היחידים שקיימים הגענו לסתירה, כיוון שקיבלנו מספר שלא מתחלק באף אחד מהראשוניים הקיימים ולכן ראשוני בעצמו.

מהוכחה זו, ניתן להסיק בטעות כי $M = p_1 * p_2 * \dots p_N + 1$ הוא תמיד מספר ראשוני[59]. טעות זו כנראה נובעת מכך שלא שמים לב להנחת השלילה כי יש מספר **סופי** של ראשוניים[60], ויתכן שמכאן טעתה שיר לחשוב שנוסחה זו מייצרת מספרים ראשוניים.

טענה S2 של שיר מצדיקה את טענתה של יסמין כי $(n! + 2)$ מתחלק ל2 גורמים ראשוניים. שיר השתמשה **בכלל על של הכללה**, אך בצורה רחבה מדי, שכן ההכללה כאן לא קבילה מתמטית. המדריכה סתרה את דברי שיר "לא, זה (S1) לא אלגוריתם למציאת מספרים ראשוניים [97]".

---

[58] אולי ניתן לקשר זאת גם ליוריסטיקה, שמתוארת גם אצל פוליה (1976), האם השאלה מזכירה לך שאלות אחרות.

[59] ולא היא כי למשל *1+2*3*5*7*11*=2231*=23*97*.

[60] M אכן לא יתחלק באף אחד והראשוניים $p_1, p_2, \dots p_N$ אך יכול להתחלק בראשוניים אחרים.

אך יסמין דווקא הסכימה אתה והוסיפה, "אפשר למצא ככה ($(n!+2)/2$) מספרים ראשוניים. הבעיה היא שמחשב קשה לו לעשות עצרת גם אם המספרים מאוד קטנים [98]". כלומר, לטענתה של יסמין, ניתן למצא מספרים ראשוניים בדרך זו באופן תאורטי אך מבחינה חישובית זה לא מעשי כי המספרים שמתקבלים גדולים מדי בשביל מחשב, גם טענה זו לא הוצדקה מתמטית.

להשתתפות של התלמידות יש גם רובד נוסף. נראה שבעיניהן, הסמכות לקביעת הנכונות לא היתה בידי המדריכה, והתלמידות סותרות ומנסות לטעון טיעונים שלא תואמים את דבריה. לפיכך נראה שבקריטריון הקבילות של השיח המתמטי ההשתתפות של יסמין ושיר אינה משויכת להשתתפות ריטואלית כיוון שקבילות הטיעונים לא מתבססת על סמכות המדריכה.

בחלק זה של האפיזודה הודגש הפער בין כללי העל שהמדריכה השתמשה בהם: **היסק לוגי ופתרון פשוט של בעיה מסובכת במתמטיקה יתקבל בחשדנות**, לבין כללי העל של התלמידות שדמו יותר לכללי דיון משיח יום יומי ("זה קרוב לאלגוריתם") ונאמרו ללא הצדקות מתמטיות.

כללי העל משיח יום יומי בשיח המתמטי, נעשה גם בהשתתפות תלמידים אחרים בשיח. למשל, פבל אמר "אני ידעתי למה P הוא ראשוני, רוב הפעמים [136]", טענה שאליה המדריכה הגיבה ב"רוב הפעמים זה אף פעם לא מספיק [138]". כתגובה לדברי המדריכה, ואילו ראובן הוסיף "למה, אבל יש את יוצא הדופן שמוכיח את הכלל [139]". טענות אלו ([136], [139]) ניתנות לקישור לכללי שיח לא מתמטי. הטענה הראשונה מתייחסת לכלל הסובר כי להוכיח לרוב הפעמים זה יותר טוב מלא להוכיח בכלל, ואילו הטענה השנייה (למה, אבל יש את יוצא הדופן שמוכיח את הכלל) היא טענה שלקוחה מדיון יום יומי[61].

כלל על נוסף, לפיו נבחנה העשייה המתמטית של תלמידים במחנה, היה **כלל העל הנוגע לשימוש בדוגמאות.** כלל העל המתווה מתי נכון להשתמש בדוגמאות, לא נלמד במחנה באופן פורמלי, דבר שיצר לא מעט טעויות כאשר התלמידים ניסו להשתמש בדוגמאות לצורך הצדקת טיעוניהם. אפיזודת ההוכחה של יסמין מדגימה את אחת מהטעויות הללו.

[61] כלל זה מזכיר כלל היסק תלמודי: כל דבר שהיה בכלל ויצא מן הכלל ללמד, לא ללמד על עצמו יצא, אלא ללמד על הכלל כולו יצא

השימוש בדוגמאות באפיזודה זו נעשה בשלושה מצבים: א. כיורסטיקה על מנת לבחון טענה כללית [13,58] (על ידי יסמין והמדריכה) ב. על מנת להפריך טענה [64-82] (על ידי המדריכה) וג. על מנת להצדיק טענה באופן שגוי [246, 171] (על ידי יסמין). להלן אפרט את כל אחד מהשימושים הללו.

כלל על: שימוש בדוגמא ככלי לבחינת טענה כללית

יסמין התחילה את הוכחתה בעזרת כלל על מקובל, האופייני לפתרון בעיות (יוריסטיקה). כלל זה אומר שכדאי להתחיל בדוגמא לשם הבנה טובה יותר של הבעיה. דבר זה נאמר על ידיה באופן מפורש: "קודם התחלתי בדוגמא, כדי שאני אבין את זה יותר טוב" [13].

המדריכה הגיבה בצורה שחיזקה את כלל העל הזה. היא הציעה "בואו ניקח $n = 4$"[58]. לאחר מכן היא כתבה על הלוח מספר דוגמאות המסבירות את הנדרש בתרגיל, בהשתמש בדוגמה $n = 4$:

$n! + 2\ (26), n! + 3(27), n! + 4(28)$ תוך שהיא בוחנת את הפרוק לראשוניים של מספרים אלו. 26 חולק ל 2 ו13, 27 חולק ל3, 3, 3 ו 28 חולק ל 2 2 2 7 [64]. כך, הדגימה המדריכה את השימוש בדוגמה כהתחלה להוכחה, באופן המשמש לרב להבנת החוקיות מתוך המקרים הפרטיים, וכשלב ראשוני לקראת הכללת החוקיות למספרים כלשהם.

כלל על: שימוש בדוגמא להפרכת טענה

שימוש בדוגמא נעשה גם בכדי להפריך טענה מתמטית. בכדי להפריך טענה יש צורך למצא דוגמא אחת בה הטענה לא נכונה. במקרה של הטענה של יסמין כי $n! + 2$ מתפרק ל2 גורמים ראשוניים בלבד, המדריכה והתלמידים ניסו למצוא דוגמאות נגדיות על ידי כך שהם ניסו להראות פירוק של $n! + 2$ ל2 ולמספר **לא** ראשוני. המדריכה החלה לבחון את הטענה עבור $n = 5$, תוך שהיא אומרת "קחי את 5 עצרת, 120, תוסיפי לו עוד 2, 122 נכון? מחלקת את זה ב-2 [82]" ויסמין מיד הוסיפה "עשיתי את זה, רגע חכי, ואז זה 2 ו61 [83]". שיטתה של המדריכה היתה מובילה אותן לסתירת הטענה לו הן היו מגיעות למספר הבא $n = 6$ שכן $(720 + 2) / 2 = 361$, ו361 אינו ראשוני) אולם הדיון כבר נסוב לטענות אחרות ולכן שיטתה של המדריכה לא צלחה עבור הפרכת הטענה של יסמין. במקום זאת, המדריכה חזרה ושאלה את יסמין אם הטענה נכונה **לכל** n. בכך, המדריכה הזמינה טיעון מסוג אחר – אולי טיעון דדוקטיבי המצדיק את נכונות הטענה באמצעות אלגברה. במקום זאת, יסמין המשיכה על פי הרוטינה שבה החלה קודם המדריכה, של בדיקת הטענה על מספרים הולכים וגדלים (כלומר עבור n מסוים). יתרה מזאת, ניסיונותיה תאמו כלל-על שניתן

לנסחו: 'ככל שהדוגמה גדולה יותר, כך הטענה נכונה יותר' ("נו, בואי ננסה עם משהו ממש גדול [96]"). לפיכך, היא הזינה למחשבון את החישוב $(10! + 2)/2$ (הנוסחה $(n! + 2)/2$ עבור המספר $n = 10$). מובן שכלל על זה אינו קביל מתמטית שכן כאשר טענה נכונה לגבי מספרים ספציפיים, אין להסיק נכונות באופן כללי לכל המספרים.

ההפרה של כללי העל המקובלים במתמטיקה התבטאה בתגובתה של המדריכה להצדקותיה של יסמין: המדריכה התחילה לומר "תשמעי זה שאת מוכיחה לי את זה במספרים.. " [182-183]. יסמין הבינה מיד את משמעות האמירה של המדריכה *כהוכחה במספרים לא משכנעת אותי* והשיבה "לא אני לא מוכיחה במספרים אני אוכיח את זה נורמלי..". כלומר נראה כי יסמין היתה מודעת לכלל העל שלא ניתן להוכיח בעזרת דוגמא. היא אף השתמשה במילה 'נורמלי', המרמזת כי "להוכיח במספרים" איננו כלל מקובל מתמטית. יחד עם זאת, יסמין המשיכה עם הדוגמא הזו גם לאחר מכן. לאחר תקתוקים נמרצים במחשבון, ותוך כדי שהמדריכה כבר עסוקה בדיון עם תלמידים אחרים, היא לפתע קפצה: "הינה 1,814,401 זה מספר ראשוני, רוצה שאני אוכיח לך?" [247]. ניתן לראות כאן, לפיכך, קונפליקט בין כללי העל המקובלים מתמטית לבין כללי-על שאינם מקובלים עבור הוכחות. ייתכן שיסמין נצמדה לכללי העל הנאיביים בשל רצונה העז להיות מזוהה כ"מצליחה" (ראה ערך הכישרון).

עדות נוספת לכך שכלל של הפרכת טענה על ידי מציאת דוגמא נגדית היה כלל על שלא הופנם על ידי יסמין נצפה כאשר יובל בחן טענה אחרת שלה: "$n! + 2$ יש לו מחלק גדול מn". יובל מצא שעבור הדוגמא $n = 3$ הטענה לא נכונה "לא רגע אבל שלוש, שלוש עצרת זה שש, שש ועוד 2 זה שמונה, שמונה זה 2 2 2 (הגורמים הראשוניים של 8 הם 2,2,2) [184]". כלומר, ל!3 אין מחלקים הגדולים מ3. כתגובה לכך, המדריכה ענתה "אז יפה מאוד, הוא סתר לך את הטענה הרבה יותר פשוט".

יסמין מנגד טענה: "לא, לא, לא, אבל עדיין אם הוא סתר את הטענה, עדיין ההוכחה שלי מתקיימת, ההוכחה שלי לא בנויה על מספר אחד". באמירה זו יש סתירה לכלל על מתמטי, שאם טענה לא נכונה עבור מקרה פרטי אחד, היא לא נכונה בכלל. האמירה ש"הוכחה לא בנויה על מספר אחד" מתארת קושי בהפרדה בין כלל העל האומר כי לא ניתן להשתמש בדוגמאות פרטיות לצורך הוכחה כללית (כדברי יסמין: "הוכחה נורמלית") לבין כלל העל האומר כי דוגמה אחת יכולה להפריך טענה כללית. גם באמירה שלה "אין לי בעיה עם כמה טענות תסתרו לי אני עדיין אוכיח את זה ככה [188]" ניתן לראות כי יסמין לא מקבלת את העובדה שטענות של אחרים יכולות "לסתור" את טענותיה. כלומר,

השיח של יסמין הוא שיח בו יש מנצחים או מפסידים ולא טיעונים מתמטיים וכללי על דיסציפלינרים המכתיבים נכונות. יתכן וגם כאן, טענות אלו נאמרו כדי לסווגה כצודקת בכל מחיר.

לסיכום, השימוש בכללי העל היו שונים בקרב המדריכה והתלמידים. כללי העל של המדריכה היו חלקם לוגים פורמליים וחלקם קהילתיים (׳פתרון פשוט לטענה קשה יתקבל בחשדנות׳) ואילו כללי העל של התלמידים חלקם היו לוגים וחלקם התבססו על כללי על מדיון לא מתמטי (במילים אחרות כללי דיון קהילתיים, אך מבוססים על קהילה שונה). בשימוש בכללי על המתמטיים, היה שימוש בעייתי בהיסק ובהכללה מתמטית. במהלך המחנה לא נלמדו כללי על אלה באופן מפורש, אך המדריכים ציפו מהתלמידים להשתמש בכללים אלו. חוסר הבהירות בכללי העל ואופן השימוש בהם התבטא בטעויות לוגיות רבות שנאמרו על ידי התלמידים. עוד נראה כי לעיתים הדיון עבר לסוביקטיפיקציה ודיבור על אנשים, ונראה כי ההצלחה בפתרון התרגיל או הכישלון בו מעידים על זהות התלמיד. מעברים אלו ידונו בסעיף הבא, הכישרון.

4.3.6 כישרון

ערך הכישרון התבטא באפיזודה זו פעמים רבות. בשונה מערכים שהביעו עדיפות לצורת התנהלות אחת על אחרת, ערך הכישרון מביע עדיפות של תלמידים מסוימים על פני אחרים. השיח נגע בערך הכישרון בעיקר בנקודות בהן חל מעבר ממתמטיזציה (שיח על אובייקטים מתמטיים) לסובייקטיפיקציה (שיח על המשתתפים בו).

המקום הראשון בו ניתן למצוא את ערך הכישרון הוא עם עלייתה ללוח של יסמין, שהביעה חשש ממה יקרה ״אם אני אעשה עכשיו משהו לא נכון?[9]״. מאחר ש״לעשות משהו לא נכון״ הוא בעל משמעות שלילית רק עבור זיהוי התלמידה (אין בעיה עם טעויות בעשייה אקספלורטיבית, כל עוד נמצא להן פתרון), הרי שהחשש הזה קשור ככל הנראה לשאיפתה של יסמין להיות מזוהה כ״צודקת״, ובמובלע, כמוכשרת. בהמשך, כאשר טענותיה לא הוצדקו בצורה מתמטית, היא אמרה: ״אני הוכחתי את זה, אני לא זוכרת איך (מצחקקת)״ [90]. הצחקוקים ועליות הטונים שליוו את האמירה ביטאו מבוכה, ככל הנראה מהיותה ״לא צודקת באופן מיידי״. גם כאן, החשיבות של ״להיות צודקת באופן מיידי״ חשובה עבור זיהוי התלמידה, לא עבור העשייה המתמטית עצמה.

ערך הכישרון הובע במובלע לא רק בדברי התלמידה אלא גם בדברי המדריכה. לאחר שהביעה ספק לגבי תקפות הפתרון של יסמין, הוסיפה המדריכה אמירות, הן בשורות 115-116 (״אני לא חושבת שזה נכון. אה, אבל, my opinion אני לא בטוחה שאני צודקת״) והן ב-126 (״ככה אני הבנתי את ההוכחה שלך, ואולי לא הבנתי **כלום** וזה בסדר״), אשר מצביעות על היותה מודעת למבוכה של

יסמין. המדריכה תארה אמירות מתמטיות כדעתה האישית. בכך היא נתנה מקום לאפשרות שהיא עצמה טעתה. כמו כן, האמירה "ואולי לא הבנתי **כלום**" ממזערת את הבעייתיות "בטעות" האפשרית של יסמין ומציגה את המדריכה, שלכאורה אמורה להיות דמות סמכות, ככזו שגם יכולה לטעות ולא להבין. במהלכים אלו, המדריכה למעשה תקשרה שהיא לא כופרת בבעייתיות או במבוכה שיש ב"לטעות" (הנובעת מכך ש"טעות" סותרת "כישרון") אלא שהיא מנסה למזער אותה. זאת, בניגוד להיגדים המוצהרים בדבר חשיבות הבחינה הלוגית של האמירות, כפי שהודגמו בפרק הקודם (כללי על להוכחה מתמטית), חשיבות המתאימה לאקספלורציה ולא לערך הכישרון.

דוגמא נוספת לערך הכישרון בשיח נמצאה כאשר המדריכה אומרת ליסמין: "לא, אני בטוחה שיש לך הוכחה יפה, אבל היא צריכה להיות גם נכונה" [223]. בחלק הראשון של המשפט, ("אני **בטוחה** שיש לך הוכחה יפה") הביטחון של המדריכה ביופי של ההוכחה מתקשר לערך הכישרון, שכן בהיעדר הצדקות לוגיות להוכחה של יסמין, נראה כי הודאות שהביעה המדריכה ביופי של הפתרון נקבעה על סמך היכרותה הקודמת עם יסמין[62].

בשורות 161-168 לאחר שיסמין לא מוצאת מוצא, השיח כולו עבר לסוביקטיפיקציה, ונראה כי הכישרון של יסמין מוטל בספק לפחות בעיני עצמה כמו למשל בשורה 166 יסמין אמרה "די, די, לא לצחוק עליי". אמירה זו העידה כי יסמין מניחה ש"לטעות" מעורר בוז וצחוק בקרב חברי הקבוצה שלה ושניתן להסיק מכך שערך הכישרון היה מקובל גם ככל הנראה בשאר הקבוצה.

לאחר הגלישה לסובייקטיפיקציה, נראה כי בשורות 171 עד 174 יסמין חזרה לדבר על המתמטיקה עצמה: "נו הנה! כן, את רואה? 181,4401 זה מס' ראשוני! לא? זה נראה ראשוני [171]". אך אמירה זו ואלה שבאו אחריה (זה מס' ראשוני! זה בהכרח מס' ראשוני! זה מס' ראשוני! [172-174]) קשורה גם היא לערך הכישרון. זאת, משום שההחלטיות של יסמין בטענה והחזרתיות שלה, ללא שום הוכחה או בדיקה, וכן האמירה 'זה נראה ראשוני' מנסות לזהות את יסמין כ"צודקת" בויכוח עם המדריכה למרות הכל. בנוסף, האמירה המובלעת ב"זה נראה ראשוני" יכולה להתפרש כ'מהסתכלות על מספר בן 7 ספרות אני יכולה לדעת אם הוא ראשוני או לא', דבר המעיד על כשרון יוצא דופן[63].

[62] נראה כאן כי יש "אמונה עיוורת" ביסמין שלא ניתן להסבירה אלא בזיהוי של המדריכה את יסמין. ה"אמונה העיוורת" הזו מתבטאת הן ב"אולי לא הבנתי כלום [126]" (ההנחה הסמויה היא שיסמין כל כך מוכשרת שאם היא אומרת משהו שלא נכון בעיני, יש אפשרות טובה שהבעיה אצלי) וגם כאן, ב"אני בטוחה שיש לך הוכחה יפה" (כלומר יסמין כל כך מוכשרת, שלא ייתכן שיש לה הוכחה שהיא שטויות מוחלטות. בוודאי יש בה משהו אבל הוא נסתר כעת מעיני).

[63] למעשה, מספר זה אינו ראשוני אלא מכפלה של 2 ראשוניים 23×78887.

הניסיון של יסמין לזהות את עצמה כמוכשרת חוזר גם לקראת סיום האפיזודה כאשר יסמין אומרת "בוא נראה, 10 עצרת, **פעם ידעתי את זה בעל פה, את כל העצרות**" [246-247]. שוב, ה"לדעת בעל פה את כל העצרות" אמור להראות על כישרון יוצא דופן, במיוחד שמספר העצרות איננו מוגדר (**כל** העצרות).

חשיבות הזהות הכישרונית מובעת באופן ישיר בסיום השיעור כאשר שיר, חברתה של יסמין אשר כנראה חשה במבוכה של יסמין, אומרת "סליחה, תרגיל אחד לא אומר שום דבר, אל תכנסי לפאניקה, את עדיין ממש מצליחה"[237]. שיר ניסתה לנחם את יסמין בכך ש"תרגיל אחד לא אומר שום דבר (על הכישרון)". כאן, שיר השתמשה בתווית ברורה ("ממש מצליחה") ואף רמזה לכך שיסמין מזוהה ככזו משכבר ("עדיין"). בנוסף, שיר השתמשה במילה רגשית חזקה ('פאניקה') המעידה על כך שהאפשרות לאבד את תווית ה"ממש מצליחה" היא אפשרות מעוררת חרדה. גם המדריכה מיד לאחר מכן הוסיפה "זה בסדר גמור, אף אחד לא ניסה בכלל לגשת לתרגיל הזה אז זה שניסית זה כבר משהו גדול [240]". כלומר, המדריכה ניסתה לבנות מחדש את ייחודיותה של יסמין (כמוכשרת במיוחד) בכך שציינה שהיא ניסתה לפתור תרגיל שאף אחד אחר לא ניסה. יסמין הוסיפה "אני תמיד נמצאת בתרגילים האחרונים, את יודעת [239]". נראה כי בכך ניסתה יסמין לבדל את עצמה ולהדגיש את היחודיות שלה לעומת שאר התלמידים שלא "נמצאים בתרגילים האחרונים". כלומר, בתגובה לכישלון ההוכחה, ניתן לראות שיסמין בונה מחדש יחד עם המדריכה את זהותה כ"מצליחה במיוחד".

ערך הכישרון אף בא לידי ביטוי בשיחה ספונטנית לאחר השיעור, שנערכה תוך כדי הפסקת ריענון, יסמין ניגשה אל המדריכה ואמרה לה "את ניסית להכשיל אותי בכוונה" והוסיפה "אני חושבת שהבכת אותי מול כל הכיתה, ועמדתי חסרת אונים" [302]. לאחר מכן היא פנתה לתלמידה אחרת תוך שהיא מספרת, "אני עומדת על הלוח מוכיחה תרגיל, וכל שנייה היא מתערבת לי, אומרת לי מה לא נכון בהוכחה שלי", ומיד לאחר מכן פנתה חזרה למדריכה: "אבל זה גם היה נכון, אני הוכחתי את זה, אני הוכחתי את זה לגמרי ולא האמנת!" [309-310]. מתיאור זה ניתן להסיק כי יסמין ציפתה כי המדריכה תאמין לה כי היא אמרה שהיא הוכיחה את טענותיה מוקדם יותר והצדיקה אותן כלפי עצמה. בכך, היא הביעה אכזבה מכך שהמדריכה לא "סמכה" עליה. הציפייה שטענות מתמטיות יתקבלו באמצעות "אמונה" בתלמיד נראית אולי מופרכת, אך יש לזכור כי היתה לכך תמיכה מסויימת גם מצד המדריכה, אשר כן הביעה ביטחון בכך שההוכחה של יסמין בוודאי "יפה" (גם אם לא נכונה). כלומר, הטשטוש בין קבלת טיעונים של תלמידים על סמך היקשים לוגיים טהורים, לבין קבלתם על סמך זהות התלמיד, היה משותף הן לתלמידים והן למדריכים. עדויות לטשטוש הזה

נמצאו גם באפיזודות נוספות במחנה, ומדריכים נוספים אך מפאת קוצר מקום לא אפרט אותם כאן[64].

לסיכום, ערך הכישרון נמצא בשיח, הן באופן מוצהר, אך בעיקר באופן סמוי. ערך זה השתמע הן מדברי התלמידים והן מדברי המדריכה. בלט ההקשר של ערך זה לאמירות יותר מזהות (סובייקטיפיקציה), כלומר לשיח על אנשים ולא על המתמטיקה. באמירות של התלמידות ערך הכישרון התבטא באופן יותר מוצהר ואילו באמירות המדריכה באופן יותר סמוי.

ההתייחסות לערך הכישרון הופיעה בעיקר כאשר לא הופיעו אמירות מתמטיות מוצדקות. נראה כי הוא נדרש בכדי לאזן את היעדר ההצדקה הלוגית-מתמטית. כלומר, 'לא הצלחתי להוכיח אבל אני עדיין כשרונית', או מצד אחרים 'למרות שלא הצלחת להוכיח, הכישרון שלך איננו מוטל בספק'.

סיכום הערכים כפי שבאו לידי ביטוי בשיח המתמטי

במהלך ניתוח האפיזודה, הודגמו הערכים בשיח המתמטי עצמו:

- התמודדות עם קושי: נמצא פער בין התייחסות המדריכה לקושי באופן חיובי, כאתגר, ואל ההתמודדות עמו כבעלת ערך גם אם לא נחל הצלחה, ובין התלמידות שתיארו באופן סמוי קושי כ"נורא", וכמשהו שיש להימנע ממנו.
- פתרון באופן עצמאי: נראה כי יסמין פעלה באופן עצמאי לפני האפיזודה (כלומר, פתרה את התרגיל לבד. ואף לא ביקשה מהמדריכה לבדוק אותו) וכן נראה כי במהלך הניסיון של יסמין לפתור את התרגיל, המדריכה לא ספקה רמזים או הכוונות אלא בדקה את טענותיה של יסמין. ההשתתפות של יסמין בקריטריון הביצוע הינה אקספלורטיבית, נראה כי יסמין לקחה ערך זה גם לעבר עצמאות מביקורת חיצונית, כלומר ראתה בביקורת סוג של הפרעה.
- חשיבות הכתיבה המתמטית: נראתה ההתייחסות לחשיבות הכתיבה ככלי לפתרון בעיות, ולתקשורת בין אישית. במהלך האפיזודה הודגם פער בין שיר (שרמזה שהבעיה של יסמין טמונה בכך שהיא לא כתבה באופן שיסייע לה לשחזר את ההוכחה) לבין יסמין שלמעשה טענה הכתיבה לא מסייעת.
- חשיבות קבלת טענות על סמך כללי על מקובלים בקהילה המתמטית: נמצא פער בשימוש בכללי העל בין המדריכה והתלמידים. נראה כי כללי העל של המדריכה כללו כללים לוגים

[64] דוגמה לעדות כזו ניתנה בנספח י'.

פורמלים וכן כללים יותר קהילתיים ששימשו אותה בהערכת נכונות טענות. מנגד התלמידים השתמשו בכללי על אחרים, המקושרים לכללי דיון יום יומי, אותם המדריכה ניסתה לתקן. ניכר פער בין הכללים המצופים מהתלמידים לבין הכללים בהם התלמידים משתמשים בפועל. נראה שהקבילות של הטענות לא היו תלויות במדריכה או סמכות חיצונית אחרת, אבל כללי העל ששימשו את התלמידים לבחינת נכונות היו שונים מאלו ששימשו את המדריכה.

- כישרון מתמטי: ערך זה התבטא בעיקר בניסיונה של יסמין לשמר את זהותה כתלמידה כישרונית (או "מאוד מצליחה"), בעיקר כאשר הכישלון להוכיח הוביל לערעור אפשרי של זהות הזו.

ככלל, האפיזודה לעיל מדגימה לא רק את המצאות הערכים השונים בשיח המתמטי במחנה, אלא גם את הקונפליקטים בין הערכים השונים. במיוחד, נמצא מתח בין ערך הכישרון ובין ערך כללי העל של הוכחה תקנית. קונפליקט זה בא לידי ביטוי בהמנעות המדריכה והתלמידים מבירור יסודי של חוסר ההבנה בין המדריכה לבין יסמין, סביב הטענה ש$n! + 2$ מתחלק לגורם ראשוני ול-2. כפי שהודגם לעיל, חוסר ההבנה הזה נבע ככל הנראה מהאחדת המדריכה (או עיצום) את המתווכים השונים: מתווך ויזואלי (באיור 5) ומתווך שכלל לא נאמר במפורש ($n! + 2 = 2p$). הדגש הבלתי מוצהר על ערך הכשרון הוביל הן את יסמין והן את המדריכה להמנע מעיסוק נוסף ב"טעות" של יסמין ועקב כך, לפספוס ההזדמנות לברר את ההיקשים המתמטיים-לוגיים המוטעים בהוכחה שלה.

ממצא נוסף שעלה מניתוח האפיזודה לעיל הוא שכללי העל לפיהם בחנו המשתתפים את נכונות טענותיהם לא היו מתמטיים-לוגיים טהורים. אמנם רבים מהם, ובפרט אלו שנמצאו בשיח המדריכה, היו מבוססים על כללים מתמטיים לוגיים (למשל, היקש מדוגמא נגדית). יחד עם זאת גם המדריכה הסתמכה על כללים שאינם מתמטיים גרידא (כמו למשל "פתרון פשוט של בעיה מסובכת במתמטיקה יתקבל בחשדנות"). גם בשיח התלמידים נמצא עירוב של כללי-על מתמטיים-לוגיים עם כללי על שאינם כאלו, אך כאן, כללי העל הלא מתמטיים היו כאלו שאינם מקובלים בקהילה המתמטית (למשל הוכחה יכולה להיות "קרובה"). גם כאן, היתה השתתפות מסוימת של המדריכה במעקב אחרי כללי העל היומיומיים הללו, למשל, באמירה שהוכחה יכולה להיות "יפה" אך לא "נכונה". לעיתים השימוש בכללי על שונים הוביל לקונפליקט שלא נפתר במהלך השיח, כפי שהודגם באפיזודה שלעיל.

4.4 ערכים וזהויות התלמידים

בפרק זה יקושרו הערכים לזהויות התלמידים באופן כללי, ובאופן מפורט על ידי בחינת השתתפותן של שתי תלמידות במחנה וסיפורי הזהות שלהן והשוואת השתתפותן לבין הערכים כפי שתוארו בשיח הצוות. התלמידות, יסמין ומירי, מדגימות דרכי השתתפות שונות במחנה, ונבדלות בסיפורי הזהות שלהם בגוף ראשון ובגוף שלישי. יסמין תוארה כ׳מבריקה׳ בישיבות הצוות ובהתאם, ספרה על עצמה שהיא מצליחה וקל לה במחנה, ואילו מירי תוארה כמתקשה בישיבות הצוות ובהתאם, סיפרה על כך בראיונות עימה ובשיעורים. ההשוואה של דרכי השתתפותן תבחן את הסתגלותן לערכים השונים. בכל ערך יבחנו סיפורי הזהות שלהן כפי שבוטאו בראיונות, במהלך השיעורים ובדרכי השתתפותן בכיתה.

לאחר תיאור הערכים וקישור הערכים להשתתפות בפעילות מתמטית אראה את האופן שבו הערכים שנמצאו במחנה חלחלו אל זהויות התלמידים והשתקפו בסיפוריהם אודות עצמם ואודות תלמידים אחרים. באופן ספציפי יותר, אבדוק את האופן שבו התלמידים הסתגלו (או לא הסתגלו) אל ערכי המחנה. זאת אעשה באמצעות השוואה של שתי תלמידות - יסמין ומירי. שתי התלמידות הגיעו למחנה עם סיפורי זהות בגוף ראשון כמצליחות במתמטיקה. שתיהן היו באותו גיל (15) בזמן ההשתתפות במחנה (אם כי הן השתתפו בשנים שונות). יחד עם זאת, במהלך המחנה, הסיפורים על יסמין כמצליחה התעצמו ואילו סיפורי הזהות של מירי השתנו. היא תארה עצמה כמתקשה וכך תוארה גם על ידי הצוות.

יסמין, אשר השתתפה במחנה בשנת 2013, סיפרה על עצמה בראיון הפתיחה שכבר מגיל צעיר אהבה חידות ואתגרים. כמו כן, היא ספרה על עצמה שהיא אוהבת לקרא ולערוך ערכים בויקיפדיה בתחומים שונים. היא גם סיפרה כי היתה בעבר בתוכנית מחוננים ואף הרצתה לכיתות נמוכות בתוכנית המחוננים בנושאי מתמטיקה ופיזיקה. בדומה לה, מירי, אשר השתתפה במחנה בשנת 2014, סיפרה בראיון בתחילת המחנה כי אהבה תמיד מתמטיקה. ״היו הרבה תחרויות מתמטיקה ותמיד הייתי בין המקומות... כאילו בדרך כלל הייתי במקומות הראשונים, וכאילו מאוד אהבתי את זה ותמיד היו לי גם ציונים טובים [מירי_14, התחלה]״. בנוסף, היא סיפרה שהשתתפה באולימפיאדות ובפרויקט של העמקה והאצה במתמטיקה מטעם הטכניון.

למרות הדמיון הראשוני, ככל שהתקדם המחנה, החלו הסיפורים של שתי הבנות להשתנות. מחד, יסמין סיפרה על עצמה סיפורי הצלחה, אשר חזרו על עצמם הן בראיונות והן בשיעורים, ואף תאמו את סיפורי הזהות שלה בגוף שלישי על ידי המדריכים. בישיבות הצוות המדריכים תארו אותה ככישרונית ויצירתית. מנגד, מירי תיארה את עצמה כמתקשה ובשיעורים ובראיון הסיום, וגם

בישיבות הצוות תוארו קשייה בד בבד עם התקדמותה. מבחינת הפעילות, יסמין היתה שותפה פעילה מאוד במחנה. מהשיעור הראשון היא השתתפה בפעילויות המתמטיות והחברתיות כאחד. מירי, לעומתה, הציגה את עצמה במפגש הפתיחה כתלמידת תיכון שבאה למחנה כדי "לחוות חוויה[W1D1C1R,14]". היא אמנם נהנתה מאוד מהפעילויות החברתיות, אך היא התקשתה בלמידת המושגים ובהשתתפות מתמטית.

לאחר הצגה קצרה זו של שתי התלמידות, אעבור להצגה של סיפורי הזהות שלהן ביחס לערכים המוצהרים והסמויים שנמצאו במחנה.

השתייכות לקהילה מתמטית

הן יסמין והן מירי יחסו חשיבות רבה להיבט החברתי של המחנה. יסמין הדגישה את השיח והחברויות שהתפתחו במחנה ותארה בראיון עמה: "יש לי חברים (במחנה), ויש אנשים מגניבים ויש מבוגרים שמדברים איתי [יסמין_13, סיום]". היא קיוותה שהקשר שלה עם תלמידים ימשך לאחר המחנה "אנחנו קבענו שנשלח בווטצאפ (whatsapp) כל יום הודעות מקודדות ב RSA (שיטת הצפנה שנלמדה במחנה), ונפענח אחד לשני [יסמין_13, סיום]". אמירה זו מתארת את החברות עם התלמידים במחנה כחברות על רקע מתמטי, כהמשך של המחנה, ושימוש באלגוריתמים שנלמדו בו. עוד היא ציינה כי "הקטע החברתי מאוד תורם [יסמין_13, סיום]". מבחינת השתתפות עתידית בקהילה המתמטית, יסמין סיפרה כי היא מתכננת לעשות תואר במתמטיקה ופיזיקה ולהתחיל אותו במהלך התיכון.

לעומת יסמין שהתייחסה למחנה כמחנה מתמטי ולצד החברתי כחלק תורם ולא כעיקר, מירי הקנתה חשיבות עיקרית לחלק החברתי במחנה. בראיון הסיום, תארה את המחנה כיותר חברתי מלימודי, וסיפרה "באתי לפה לא בשביל ללמוד משהו חדש, אלא לחוות עוד חוויה, ...בדברים שכן הבנתי, כן תרמתי. זה לא היה מחנה מתמטי, אלא מחנה קיץ (חברתי), ולקחתי את הדברים לא קשה מדי [מירי_14, סיום]". נראה שבנקודת זמן זו, של ראיון הסיום, היא כבר הסבירה (או אפילו הצדיקה) את הכישלון היחסי שהרגישה. יתכן שההסבר שלה כי זהו "מחנה קיץ חברתי" אינו אלא הסבר להתמודדות שלה במחנה עם הקושי. שכן היא הוסיפה את ה"לקחת את הדברים לא קשה מדי", במובלע – היה במחנה משהו שצריך היה "לקחת קשה".

בראיונות מירי תארה שהיא נהנתה מאוד מהפעילויות החברתיות "מבחינה חברתית, היה מאוד כיף". יחד עם זאת, העיסוק במתמטיקה גם בזמן הפנוי הפליא אותה: "היה מטורף, אני התפקעתי מצחוק, כי אפילו בבריכה דיברנו על אינדוקציה.., כאילו באוכל מדברים על מתמטיקה, הולכים לישון מתמטיקה, כאילו הכל היה כזה". אולם בניגוד ליסמין שראתה בעיסוק במתמטיקה בזמן

הפנוי עניין מהנה שיש להמשיכו גם בעתיד, מירי ציינה כי העדיפה לדבר עם חברים בנושאים לא מתמטיים [w1d5c1R,14].

לגבי הזהות המיועדת שלה וההשתייכות העתידית לקהילה המתמטית, מירי אמרה "באופן כללי אני אוהבת מתמטיקה, ואני לא חושבת שאני אעשה תואר במתמטיקה, אני מתחברת יותר למקצועות הומניים. **אולי את חושבת, מה אני עושה פה**?[מירי_14, סיום]". אמירה זו מראה כי מירי ציפתה כי המראיינת תחשוב שאם היא איננה מתכננת לעשות תואר מתמטי, אין לה מקום במחנה. כלומר, מירי הפנימה כי בעיני צוות המחנה (והמראיינת בתוכו), ההשתייכות העתידית לקהילה המתמטית מהווה ערך חשוב. יחד עם זאת, מירי השאירה פתח של אפשרות לכך שבעתיד בכל זאת היא תעסוק במתמטיקה. "... אני לא יודעת לאן אני אלך (ללמוד אחר כך), אולי פתאום אני אתגעגע, (אולי) ארצה לחשוב על זה. אבל פתחתי עוד אפשרות".

מעבר להשתייכות העתידית לקהילה המתמטית, סיפורי הזהות של יסמין כללו סיפורים קונקרטיים בנוגע לשילוב המתמטיקה בחייה העתידיים. היא סיפרה כי היא מתכננת להתחיל תואר במתמטיקה ופיזיקה במהלך התיכון, החלטה שהתגבשה אצלה עוד לפני שהיא הגיעה למחנה, אולי כתוצאה מהתנסות בפרויקט מחקרי בתחום הפיזיקה במסגרת פרויקט מנחים עמיתים. לעומת יסמין, למירי לא היו סיפורים קונקרטיים על תכניות מקצועיות לעתיד המשלבות מתמטיקה.

התמודדות עם קושי

הן בהתנהגותה של יסמין והן בהתנהגותה של מירי נצפו חתירה להתמודדות עם קושי. ההבדל בין שתי התלמידות נמצא בכמות ובעוצמת הקשיים המתמטיים שהן חוו במחנה וכן בהתיחסות לקשיים. יסמין תארה שאלות קשות כאתגרים. יסמין תארה את עצמה כאוהבת אתגרים וחידות כפי שספרה בראיון הפתיחה שהיה ביומו הראשון של המחנה לאחר כמה שיעורים "האמת היא שחיכיתי שזה יגיע לדברים האלה שאני קצת פחות יודעת. הדברים הראשונים היו דיי משעממים... אני אוהבת דברים מאתגרים [יסמין_13, פתיחה]". במהלך המחנה היא ניסתה לפתור את כל התרגילים בגיליונות שניתנו בכיתה ואף קיבלה מהמדריכה תרגילים נוספים להעשרה. בנוסף, היא התמודדה לא רק עם קשיים מתמטיים אלא גם עם קשיים רגשיים וזהותיים, כפי שבא לידי ביטוי באפיזודה בפרק 4.3 בה ניסתה להתמודד עם חוסר הצלחה וניסיון להסביר תרגיל כשעלתה ללוח. בראיון יסמין סיפרה שחשוב לה לסיים משימות שהיא התחילה גם אם הן קשות. כמו כן, היא ניסתה באופן עקבי להתמודד עם תרגילים שסווגו כקשים או מתקדמים בדפי העבודה.

בניגוד ליסמין, אשר דיברה לרב על אתגרים, ולא הזכירה בראיונות או בשיעורים את המילה קושי, אלא רק בצורה "זה לא קשה בכלל [W1D2C2R,13]", מירי תארה *קשיים* רבים במהלך המחנה. היא ייחסה קשיים אלו לקשיי ריכוז, כפי שתארה בראיון הפתיחה שהתקיים בסיום יומו הראשון של המחנה: "קשה לי, לפעמים כאילו יש לי קצת בעיות של ריכוז אז קשה לי לפעמים כשזה (התרגיל) מסתבך מדי, אני תמיד חושבת על הדרך הכי פשוטה (לפתור תרגיל), ואז פתאום אני מסתכלת על זה (התרגיל)... לפעמים שדברים הם מסובכים ובאמת ברמה גבוהה אז אני לא מבינה אותם מההתחלה כי אני לא בריכוז כי אני חושבת על דברים אחרים כאילו, (על) דרך יותר קלה (לפתרון) [מירי_14, פתיחה]". בניגוד לדגש ששמה יסמין על התמודדות עם 'אתגרים', שהיא מנסה להתמודד עם בעיות קשות על ידי ניסיון למציאה של דרך 'קלה' לפתרון. קשיים אלו, שדווחו על ידי מירי החל מראיון הפתיחה, התבטאו גם בשיעורים בכיתה. מירי ייחסה קשיים אלו למושגים המתמטיים שרבים מהם היו לה חדשים: "כל המושגים האלה, אף פעם לא ראיתי אותם [W1D2C1R,14]". בסיום המחנה היא העידה על עצמה שהקושי אכן החל בשלב מוקדם מאוד: "תכל'ס, כבר ביום הראשון התחלתי להתקשות [מירי_14, סיום]". הקושי של מירי עם היכרות ושימוש במושגים וסימונים מתמטיים עלה גם בישיבות. למשל, המדריכה שלה (רחל) סיפרה במהלך ישיבת הצוות "היום מירי התחילה לבכות באמצע השיעור. (היא אמרה) יש פה יותר מדי אותיות ...אז יצאתי אתה וישבנו על המושגים, וישבנו, וסגרנו את כל הרעיון, והיא הסבירה לנילי, והיא תיקנה את לירון ועזרה לו לפתור את התרגיל [W1D4Z,14]". מתיאור זה של המדריכה עולה כי כאשר סייעו למירי להתגבר על הקושי, היא שמחה להשתתף באופן פעיל בשיח ואף לעזור לאחרים. גם בדבריה של מירי נמצא הד לנחיצות הסיוע הזה. בראיון עמה היא ציינה כי עזרה לה העובדה שהיא לא הרגישה לבד כשהתמודדה עם הקשיים הנוגעים לחומר הלימוד.

לסיכום, הן יסמין והן מירי התמודדו עם קשיים ואתגרים במחנה. ההבדל היה בעוצמת הקושי ובאופן שבו הוא נתפס על ידי התלמידות: בעוד שיסמין כמעט לא התלוננה על קושי וראתה בתרגילים מתמטיים מתקדמים אתגר, למירי היו קשיים רבים יותר להתמודד עימם, בעיקר בהקשר ללמידת מושגים חדשים. אך נראה כי שתיהן הפנימו במידה מסוימת את הערך של התמודדות עם קושי. מירי ברפלקציה על המחנה סיפרה שלמרות הקושי "בכל זאת למדתי והצלחתי [מירי_14, סיום]" היא סיפרה כי "לא בשביל באתי לפה לא בשביל ללמוד משהו חדש, אלא לבא לחוות עוד חוויה, לא

שאת החופשים אני אהיה בבית במחשב[65]. לעשות באמת משהו חדש[מירי_14,סיום]" והוסיפה "באתי בגישה הזאת וזה עזר לי להתמודד עם דברים[מירי_14,סיום]". כלומר נראה כי החווייתיות של המחנה עזרה למירי להתגבר ולהתמודד עם הקושי שלה.

כתיבה מתמטית תקנית

בנוגע לערך הכתיבה המתמטית התקנית, שתי הבנות הראו תהליך הסתגלות שונה למדי. בתחילת המחנה, יסמין התקשתה בכתיבה מתמטית מסודרת, ולא רצתה להשקיע בכך; היה מספיק עבורה שהיא הבינה והצליחה לפתור. בשיעורים הראשונים, כשהיא התבקשה לכתוב, היא הסבירה שהדבר קוטע את מחשבותיה [W1D2C3,13]. למרות בקשות המדריכה לכתוב את הטענות שלה, יסמין העדיפה להתבטא בעל פה. לקראת סיום המחנה נראה על פי הביצועים שלה שהיא היא שיפרה את כתיבתה המתמטית ולכן ניתן לשער כי היא הפנימה את חשיבות הכתיבה המתמטית.

מירי, לעומת זאת, ניסתה כבר מתחילת המחנה לבחון האם כתיבתה מקובלת על המדריכה ולקבל עליה משוב. היא אף העתיקה מהלוח בזמן שתלמידים אחרים פתרו תרגילים. עדות לעניין שלה בחוקי הכתיבה נמצאה במהלך אחד ממפגשי העמיתים, כאשר תלמיד הציג על הלוח ומירי אמרה "אז ככה כותבים? אהה הבנתי" [W2D2C2A,14]. במהלך העבודה במחנה, מירי כתבה במחברת בצורה מאוד מסודרת, ושמה דגש על כתיבה תקנית. העובדה שהיא ראתה ב"כתיבה תקנית" חלק מהזהות המתמטית שלה באה לידי ביטוי בשיעור בו היא הציעה ללירון, "אתה תלמד אותי לפתור תרגילים ואני אלמד אותך לכתוב [W2D3C2R,14]". ראוי לציין, כפי שעולה מציטוט זה, שמירי ערכה הפרדה מוחלטת בין יכולתה הנתפסת לכתוב באופן תקין, לבין יכולתה (הנמוכה יחסית, כמשתמע מהצעתה ללירון) "לפתור תרגילים". הרעיון שניתן "לפתור תרגילים" גם בלי לכתוב אותם מצביע על כך שמירי היתה שותפה, יחד עם חבריה, לתפיסה שפתרון בעל פה הוא שווה ערך (ואף נעלה) על פתרון בכתב.

לפיכך, נראה כי יסמין ומירי הפנימו את חשיבות הכתיבה, אם כי מירי נצמדה אליו כבר מתחילת המחנה ואילו יסמין הפנימה אותו לאט יותר ובמורת רוח מסוימת. נראה שיסמין, שפתרה במהירות תרגילים בעל פה, ראתה את הכתיבה כמעכבת ולכן התנגדה לה בהתחלה. מירי, לעומת זאת, שהתקשתה בפתרון תרגילים בעל פה, ראתה בכתיבה כלי מועיל להבנה ולפתרון בעיות.

---

[65] בדומה לכך גם כשיסמין הסבירה מדוע נרשמה למחנה "בעיקרון השנה נרשמתי לכל מה שיכולתי, אז זה היה בין כל מה שיכולתי... כדי שלא יהיה לי זמן פנוי".

ניתן לראות שעל אף ההתנהלות השונה שלהן בעשיה הקשורה לערכים המוצהרים, שתי התלמידות הסתגלו לערכים המוצהרים. על אף השוני בין ההשתתפות של יסמין ומירי, קיימת התאמה של יסמין ומירי לערכים המוצהרים של המחנה: שתיהן הביעו הכרה בערך ההשתתפות בקהילה מתמטית, ההתמודדות עם קושי/אתגרים ועם ערך כתיבה מתמטית תקנית. כלומר הערכים המוצהרים כפי שהם מתוארים בשיח הצוות אינם מתארים הבדלים משמעותיים בין יסמין ומירי. לאור זאת, יש לבחון את הסתגלותן לערכים הסמויים כפי שיעשה מטה.

כישרון מתמטי

בכל הנוגע לערך הכישרון, ההבדלים בין יסמין ומירי היו ברורים מאוד. יסמין רכשה לעצמה זהות בגוף שלישי של "כשרונית" מהשלבים הראשונים מאוד של המחנה. כבר ביום השלישי של השבוע הראשון, היא תוארה בישיבת הצוות, כ"גאון" [W1D3Z,13]. הערכה זו באה לידי ביטויה המובהק ביותר כאשר יסמין קיבלה פרס הצטיינות בסיום המחנה. סיפורי הזהות הכשרונית של יסמין הופיעו גם במהלך הפעילות השוטפת במחנה. אמנם, יסמין לא תארה את עצמה בגוף ראשון ככישרונית, אך תלמידים אחרים במחנה תארו אותה ככזו. לדוגמא, בסוף האפיזודה שתוארה בפרק 4.3, בה יסמין לא הצליחה להוכיח את אחד התרגילים, אמרה שיר חברתה לכיתה: "סליחה, תרגיל אחד לא אומר שום דבר, אל תכנסי לפאניקה, את עדיין ממש מצליחה". אמירה זו הבהירה כי לשיר היה ברור שזהות ה"מצליחה" חשובה מאוד ליסמין, שכן פגיעה בה עלולה לעורר "פאניקה". ואכן, למרות שיסמין לא סיפרה על עצמה כבעלת כישרון באופן ישיר, היא כן עשתה זאת באופן עקיף. זאת, באמצעות סיפורים על עצמה המזוהים עם כישרון במחנה כגון עבודה עצמאית ומהירות. סיפורים אלו תאמו את סיפורי המדריכים כך שזהותה של יסמין כ"כשרונית" היתה ככל הנראה מקובלת על כלל קהילת המחנה.

בהתייחס לערך הפתרון באופן עצמאי, יסמין פתרה כך את רב התרגילים. יתרה מזאת, כאשר המדריכה הציעה רמזים, יסמין בקשה ממנה לא לגלות את הפתרון. עם זאת, בראיון אמרה יסמין שהיא היתה שמחה ליותר עבודה קבוצתית, לקבל יותר השראה מאחרים ולחשוב איתם ביחד. בכך, היא הראתה שהיא הפנימה את הערך שהוענק במחנה לפתרון באופן עצמאי, למרות שנטייתה האישית היתה מובילה אותה אולי לשיתוף פעולה גדול יותר עם אחרים. יחד עם זאת, גם כאן, העבודה הקבוצתית תוארה כנתינת השראה, ולא סתרה פתרון עצמאי. דוגמא ליישום הערך באופן

עצמאי, הוזכר בראיון הסיום עם יסמין "אם אני מתחילה משהו אני צריכה לסיים, זה מזכיר לי שלא החזרתי לך עדיין אם המספר הזה[66] הוא ראשוני. אבל אני אעשה את זה, באמת שאני אעשה את זה [יסמין_13, סיום]". כשנאמר לה שהיא יכולה לבדוק האם המספר המדובר אמנם ראשוני במחשב, היא השיבה "אבל לא אכפת לי! אני עושה את זה לבד[יסמין_13, סיום]". התעקשותה של יסמין על "לעשות לבד" ניכרה החל מהשלבים הראשונים ביותר של המחנה. לפיכך, לא נראה כי זה היה ערך שהיה קשה לה להפנימו אלא שהיא הגיעה עם הנטיה לעצמאות ונטיה זו התאימה לערכי המחנה.

למרות שלא הביעה באופן ישיר את הערכת כשרונה, יסמין הקפידה לפתור תרגילים במהירות, ולא פעם ביטאה באופן סמוי את כשרונה באמירות כגון "זה ממש פשוט, סיימתי [W1D3C2R,13]", גם על תרגילים שסווגו כקשים. בכיתה הכריזה לא פעם "סיימתי את כל התרגילים [W1D5C2R,13]". לעיתים סיימה את התרגילים לפני כל התלמידים וקיבלה כהעשרה תרגילים נוספים.

לעומת יסמין, מירי תוארה כמתקשה, אך לא נאמר שאינה כישרונית, ובישיבות הצוות הקושי שלה תואר כחוסר רקע מתמטי [W1D4Z,14]. בראיון עמה, מירי סיפרה כי הצליחה מאוד במתמטיקה בתיכון והשתתפה בפרויקט "אור טכניון" בו למדו מתמטיקה באופן מואץ. מירי ציינה את הפער בין ציפיותיה מהמחנה לחווייתה בפועל וסיפרה שהיא נתקלה בקשיים רבים במחנה.

ביחס לערך הפתרון באופן עצמאי, מירי ניסתה להתחיל ופתור תרגילים לבד, אך בסופו של דבר ברוב התרגילים היא ביקשה עזרה מתלמידים אחרים או מהמדריכה. עבור מירי הקבוצה היתה חיונית להמשך התקדמותה. היא התקדמה בקצב איטי יותר מקצב הכיתה, ובראיון התלוננה על אינטנסיביות קצב הופעתם של מושגים חדשים בכיתה: "כל המושגים האלה, אף פעם לא ראיתי אותם [W1D2C1R,14]". אל ה"פיגור" שלה מאחורי התלמידים האחרים היא התייחסה באופן מפורש: במהלך שיעור היא ציינה "אני בפיגור כזה, כי היו לי בעיות הבנה[W1D3C3T, 14][67]". בחינה קרובה של עשייתה של מירי הראתה כי היא התמקדה בהבנה ולא במהירות הפתרון. לאור זאת, היא צברה פערים בהספק פתרון התרגילים ביחס לשאר הקבוצה. דבר זה תואר גם בראיון עמה: "חוץ מהעניין של הפערים של החומר, שהיה קשה, ואני יודעת שזה לא רק אני (היו עוד תלמידים כאלה), הייתי צריכה להוסיף עוד שעה ביום והיה מושלם". כלומר מירי ייחסה את הקושי שלה להיעדר זמן מספק

---

[66] כוונתה של יסמין כאן היתה למספר P שהיא טענה שהוא ראשוני, וסביבו נסוב הדיון באפיזודה המובאת בפרק 4.3.
[67] בשעה זו מירי וכל הקבוצה של רחל היתה בקבוצה של תמי, עקב בעיה של אחד התלמידים שרחל היתה צריכה לטפל בה.

ולאו דווקא לחוסר יכולת קבועה. ממד הזמן עלה גם בהתייחסותה לגילה הצעיר: על אף שמירי ויסמין היו בנות אותו הגיל כשהשתתפו במחנה, מירי תארה את הגיל שלה במהלך הראיונות והשיעורים כמשהו שמסביר את הקושי שלה. למשל בראיון ההתחלה היא ציינה "הייתי שם (במחנה) הכי קטנה" ובאחד השיעורים הסבירה כי לילד בגילה אין סיכוי להבין נושא מסוים. לעומת זאת, נושא הגיל אצל יסמין כלל לא בא לידי ביטוי בראיונות או בשיעורים.

רקע מתמטי קודם

באמירותיה של מירי הייתה התייחסות מפורשת לנושא הרקע המתמטי החסר שלה. באחד השיעורים היא סיפרה "בן אדם שבא בלי רקע זה מאוד קשה [W1D3C3T,14]" וניכר כי היא מתייחסת לעצמה משום שאמירה זו באה מתוך קושי בהתמודדות עם אחד התרגילים. במהלך השיעורים מירי ביקשה פירושים על מושגים רבים שתלמידים אחרים לקחו כמובנים מאליהם. כמו כן, בראיון הסיום היא ציינה שהיו מושגים וסימונים חדשים רבים שהיו חדשים לה במחנה (כגון $n!, \sum a_n$). עוד הוסיפה כי "אני לא זוכרת מה שייך למה, ומה קשור למה" והציעה כרעיון להתייעלות למחנות הבאים "לתת איזה דף כזה עם הגדרות, קצת יותר להתאים להבנה שיש סוגים (שונים) של תלמידים ולא סוג אחד. לא כולם אותו דבר". כלומר ממשפט זה משתמע כי מירי תארה את עצמה כ"סוג שונה" של תלמידה במחנה, "סוג" שלא ניתנה לו מספיק תשומת לב. יתרה מזאת, היא תארה את הפערים ברקע הקודם כמה שהפריע למחנה להיות מוגדר כמושלם. "היה מושלם, חוץ מהעניין של הפערים של החומר, שהיה קשה[מירי_14, סיום]".

מבחינת הרוטינות המתמטיות, ניכר מהתצפיות כי מירי התקשתה בהוכחות מתמטיות. היא אף העידה על עצמה במהלך אחד השיעורים שהיא "טובה בחישובים", ובמשתמע מכך, שהיא לא טובה בהוכחות. בנוסף, ניכר היה משאלותיה שמושגים רבים אינם מוכרים לה. למשל "מה זה הוכחה בשלילה? [W1D1C2R,14]", או "מה זה דוגמא נגדית? [W1D1C3R,14]". לעומת זאת, בחלקים במהלך השיעור שנגעו לחישוביים מירי התעודדה והעידה על עצמה שזהו התחום החזק שלה. למשל, "כן, בחזקות אני טובה [W1D2C2R, 14]". כאשר נדרשו הרחבה והכללה הביצועים של מירי היו איטיים והתנהלו בקושי, והיא כמעט שלא קישרה בין תחומים מתמטיים שונים.

בניגוד למירי, יסמין לא התייחסה לרקע שלה באופן מפורש בראיונות או בשיעורים. יחד עם זאת, כמעט לגבי כל מושג או סימון שנעשה בכיתה, יסמין טענה שהיא הכירה אותו או השתתפה בשיח באופן שהראה שליטה בשימוש במושג. בראיון הפתיחה שנערך ביום הראשון למחנה היא סיפרה: "האמת היא שחיכיתי שזה (התרגילים בכיתה) יגיע לדברים האלה שאני קצת פחות יודעת. הדברים הראשונים היו די משעממים[יסמין_13, פתיחה]" כלומר לא רק שיסמין הכירה את הרקע המתמטי בימים הראשוניים למחנה היא תארה גם את הבעיות כמשעממות.

למרות ההיכרות המוקדמת וה"שעמום", ניכר כי לא תמיד דרכי ההשתתפות של יסמין תאמו את רוטינות ההצדקה וההוכחה המקובלות בשיח המתמטי במחנה. למשל, בהסבירה את שיטות ההוכחה שלה, היא אמרה: "תראי, מה שאני עושה, איך אני מוכיחה דברים? אני זורקת אמירות לא קשורות, ואז אני רואה איזה אמרות קשורות, אז גם אם את סותרת לי אמירה אחת והיא לא קשורה, אז היא לא קשורה פשוט[68] [יסמין_13, סיום]". מאמירה זו עולה כי יסמין פיתחה דרכי השתתפות ייחודיות לה, שלאו דוקא תאמו את הכללים של קהילה מתמטית אקדמית. בקהילה זו, ההוכחות בנויות על טענות וכללי היסק ביניהם במבנה היררכי. לכן, כאשר טענה אחת לא נכונה הדבר יכול לערער את ההוכחה כולה. כלומר, השימוש של יסמין את ברעיון ההוכחה לא תאמה לחלוטין את מאפייני ההוכחה המתמטית התקנית ומדבריה עולה כי היא שילבה בהצדקות המתמטיות שלה גם שיטות הלקוחות מכללי דיון יום יומי (כמו "לזרוק כל מיני רעיונות").

ביחס לכללי העל לעשייה מתמטית, השתתפותה של יסמין תאמה את ערכי ההרחבה וההכללה, בכך שהיא נטתה להרחיב ולהכליל בעיות שניתנו לה. כמו כן, היא העלתה השערות, פיתחה שיטות נוספות לפתרון וקישרה במהלך המחנה בין תחומי לימוד שונים.

לסיכום, בנוגע לרקע מתמטי קודם, יסמין לא ביטאה כל קושי עם הרקע המתמטי שהונח כמובן מאליו במחנה. זאת ועוד, היא תארה את עצמה כאוהבת שאלות הוכחה, והתבססה בפועל על כללי העל המתמטיים המקובלים במחנה. אמנם התבססותה על כללי העל לא היתה תמיד מתמטית תקנית, אך עניין זה לא הפר את ההרמוניה שבה היא השתלבה עם דרישות המחנה. מירי, לעומת זאת, הביעה באופן מוצהר את הקושי עם ה"רקע" הנדרש, ביקשה הסברים רבים על מושגים שהונחו כידועים מראש, והראתה בהשתתפות שלה קושי לפעול לפי כללי השיח המקובלים להוכחה, הרחבה והכללה .

מתמטיקה לשמה

ניכר כי יסמין הכירה בחשיבות המיוחסת במחנה לעשיית מתמטיקה לשמה. זאת ועוד, תיאוריה את חייה לפני המחנה תאמו התיישרות לפי ערך זה. בראיון עמה היא סיפרה קוראת, כותבת ומתרגמת ערכים מתמטיים בויקיפדיה מאנגלית לעברית בזמנה הפנוי. היא נהנתה גם לספר על שילוב המתמטיקה בסיטואציות יומיומיות בחייה, כמו מצב בו היא חיכתה בתור למגלשת מים עם אחיה, ותוך כדי היא שוחחה על משוואות שרדינגר: "אז עמדנו בתור למגלשת מים, בדרך אני מספרת לו

[68] גם משפט זה בראיון הסיום התייחס לאפיזודה שתוארה בסעיף 4.3.

(לאח שלי) על החתול של שרדינגר, והמשוואות שלו, וכל האנשים בתור הסתכלו עלינו כאילו אנחנו משוגעים [יסמין_13, פתיחה]". תיאור זה לא רק מראה על התיישרותה של יסמין עם הערך שהושם במחנה על עשיית מתמטיקה בזמן הפנוי אלא גם על תפישתה כי עשייה זו מזהה אותה בעיני אחרים כמשונה ("כאילו אנחנו משוגעים").

סיפוריה בגוף ראשון של יסמין תאמו את התצפיות בה. במהלך השעות מחוץ לשיעורים, יסמין נצפתה פותרת בעיות או חידות עם תלמידים נוספים, ושילבה נושאים ממתמטיקה ופיזיקה בתוך השיחות החברתיות עם חבריה במחנה. בניגוד לפארק המים המתואר, במחנה היה ניכר כי יסמין הרגישה שהשיחה בנושאים מתמטיים בזמן הפנוי מקובלת ואף רצויה, ולא נשמעו ממנה תיאורים של "שגעון" על עשייה מתמטית בזמנים חברתיים.

מירי, לעומת יסמין, אמנם העידה על עצמה שהיא מתעניינת במתמטיקה וכי היא אהבה מתמטיקה מגיל צעיר, אך הגבילה התעניינות זו למצבים לימודיים. היא הופתעה מכך שתלמידים במחנה דיברו על מתמטיקה בזמן החופשי, ואף ציינה זאת בראיונות. יותר מכך, היא ניסתה להוביל את השיח החברתי לשיח לא מתמטי, כפי שהיא מדווחת שאמרה לחבריה "בזמן של מתמטיקה תדברו מתמטיקה. עכשיו בואו נדבר על דברים אחרים[יסמין_13, סיום]". במובלע, ניתן היה להבין מדבריה שה "דברים האחרים" הם אלו הגורמים לה להנאה אמתית. כלומר, השתתפותה של מירי במחנה לא התיישרה עם הערך של מתמטיקה לשמה ועשיית מתמטיקה בזמן הפנוי.

לסיכום בערך המתמטיקה לשמה היה הבדל בין יסמין ומירי. בעוד יסמין השתתפה בשיח מתמטי ופתרה בעיות גם בזמנה הפנוי, מירי ראתה במתמטיקה תחום מעניין, שעוזר להבנה בתחומים אחרים, אך תפשה את עשיית המתמטיקה ככזו שצריכה להיות מוגבלת לזמן השיעור בלבד ולא מחוצה לו.

לסיכום, בעוד שבערכים הגלויים של המחנה הסיפורים על יסמין ומירי לא היו שונים מאוד (ומירי אף התעלתה על יסמין בהתיישרות על פי ערך הכתיבה התקנית), ההבדל העיקרי בין שתי התלמידות בא לידי ביטוי בהתיישרות על פי הערכים הסמויים. אם נראה את יסמין ומירי כדוגמאות מייצגות, ניתן יהיה להסיק כי תלמידים שהסתגלו לערכים הסמויים הם אלו שהוערכו יותר על ידי המדריכים במחנה, בשעה שתלמידים המתקשים בקבלת הערכים הסמויים הוערכו כנראה פחות.

5 דיון וסיכום

מחקר זה בחן מחנה קיץ מתמטי בטכניון על ערכיו המוצהרים והסמויים, על מנת לבחון את יחסי הגומלין בין מאפייני המוסד, למידת מתמטיקה, וזהות התלמידים במחנה. שאלות המחקר שנשאלו הן:

1. מהם הערכים המוצהרים והסמויים של המחנה?
2. האם וכיצד משתקפים ערכי המחנה בדרכי השתתפות התלמידים בלמידה?
3. אלו זהויות מיועדות מטופחות במחנה וכיצד הן מתקשרות לערכיו?

הערכים המוצהרים והסמויים במחנה נמצאו מתוך שיח הצוות, ולאחר מכן שימשו כקטגוריות לניתוח שיח התלמידים. ערכי המחנה המוצהרים שנמצאו הם השתייכות לקהילה המתמטית, התמודדות עם קושי, וכתיבה מתמטית תקנית. ערכי המחנה הסמויים שנמצאו הינם כישרון, כללי על להצדקה, ומתמטיקה לשמה.

המעבר בין שיח הצוות לשיח התלמידים אִפשר לבחון את הפער ביניהם בתפיסת הערכים וביישומם. פער זה משקף את תהליך ההסתגלות של התלמידים לערכים הקהילתיים, המוסכמים על הצוות. הפער גם ממחיש את יחס התלמידים לעשייה מתמטית, ואת הקשר בין זהות ובין השתלבות בקהילת הלימוד. במלים אחרות, אם לחזור לשאלות המחקר, גילוי הערכים מאפשר לבחון את אופן הלמידה ואת זהות המשתתפים בה.

אופן הלמידה וזהות המשתתפים נוגעים באופן ישיר למאפיינים של השתתפות ריטואלית ואקספלורטיבית: השתתפות ריטואלית מטרתה לבסס מעמד בקהילה, בעוד שהשתתפות אקספלורטיבית מטרתה ליצר היגדים מתמטיים חדשים. כפי שיידוֹן כעת, מרבית הערכים שנמצאו במחנה מכוונים את התלמידים להשתתפות אקספלורטיבית.

הערך **כתיבה מתמטית תקנית** כיוון את התלמידים למציאת נרטיבים חדשים ולכתיבתם, על ידי מתן אפשרות לשיח תוך-אישי ובין-אישי בקהילה המתמטית. ערך זה קשור לעשיה אקספלורטיבית בקריטריון המטרה.

הערך של **מתמטיקה לשמה** קבע שהתכלית היא בעצם העשייה המתמטית ולא בהשלכותיה. ערך זה גם כן מתקשר לעשיה אקספלורטיבית בקריטריון המטרה.

הערך **כללי על להצדקה מתמטית** רמז לתלמידים מהם כללי העל המקובלים על הקהילה המתמטית. פרק 4.3 חיבר ישירות בין כללים אלו ובין קריטריונים המבדילים ריטואל מאקספלורציה. לדוגמא, לפי קריטריון הקבילות המאפיין השתתפות אקספלורטיבית, תוקף טענה לא תלוי בדעה של אחרים אלא בסמכות אישית, ובעיקר בשימוש נכון של היסק מתמטי. כמו כן, כלל העל של הרחבה כיוון את התלמידים ללמידה אקספלורטיבית בכך שעודד טווח רחב של שימוש ברוטינות והרחבתן לעבר שאלות מגוונות.

אחד ההבדלים בין ריטואל ואקספלורציה הוא בחשיבות הניתנת לפן החברתי. ריטואל מסתמך על אנשים ומונָע מצורך חברתי, ואילו במעבר לאקספלורציה השיח הופך לעצמאי יותר. האספקט החברתי נעדר מהקריטריונים שמזהים אקספלורציה, או לחילופין מופיע על דרך השלילה. לדוגמא, בקריטריון המטרה, המאפיין של אקספלורציה הוא בכך שהמטרה אינה חברתית אלא מתמטית. ואכן, במאמרה של הד-מצויינים (Heyd-Metzuyanim, 2015) נעשתה הקבלה בין סוביקטיפיקציה להשתתפות ריטואלית. יתכן והקבלה זו נמצאה משום שבסביבה שנחקרה במאמר הנ״ל, אמירות הסוביקטיפיקציה הצדיקו את הפעילות המתמטית הריטואלית.

לעומת זאת, בסביבת מחקר זו, ערכי המחנה מעלים אפשרות שהקריטריונים לאקספלורציה לא סותרים לחלוטין את הפן החברתי. במקום הזרה מוחלטת (כמו למשל בתהליך העיצום של אוביקטים מתמטים), ניתן לראות בחברה היבט משני אך קיים של השיח האקספלורטיבי. הרי האם ייתכן שבהשתתפות אקספלורטיבית לא תהיה שום התייחסות לסביבה האנושית? ומה בדבר חברה שמכוונת לעשיה אקספלורטיבית, האם אז לא ראוי להתייחס אליה בשיח? על שאלות אלה לא ניתן לומר שעניתי במחקר זה, אך יחד עם זאת להערכתי ניתן לומר שערכים מסויימים שנמצאו במחנה כמתיחסים יותר להיבט החברתי-רגשי של העשיה במחנה, מכוונים אף הם לעשיה אקספלורטיבית.

הערך של השתתפות בקהילה, והערכים הסמויים של התמודדות עם קושי ושל כישרון מקשרים את הפרט עם רגשותיו והקהילה. דבר זה תואם להנחה הכללית של הגישה הקומוגניטיבית שלא ניתן להפריד את העשיה המתמטית מהעשיה האנושית והתקשורת בין בני האדם. כפי שאראה כעת, למרות המאפיין החברתי והרגשי של ערכים אלו, הם מובילים לעשיה אקספלורטיבית. בכך ניתן לומר שגם עשיה אקספלורטיבית היא עשיה חברתית, שבה ניתן לבחון אמירות סוביקטיפיקציה. הערכים המתארים את הצד החברתי והרגשי המעודדים עשיה אקספלורטיבית הם:

ערך **השתתפות בקהילה**. לכאורה ערך זה לא התייחס למתמטיקה עצמה, אלא שימש את המסגרת החברתית. יחד עם זאת, למסגרת זו היה תפקיד מכריע בכיוון העשייה האקספלורטיבית של

התלמידים. כפי שאראה בהמשך, הערך של הקהילה השתלב עם ערך המתמטיקה לשמה, למשל על ידי מתן לגיטימציה לשיח מתמטי בפעילויות חברתיות. לכן נראה כי גם ערך זה, על אף היותו חברתי, מכוון לעשיה מתמטית אקספלורטיבית.

הערך **התמודדות עם קושי** מתאר את ההיבט הרגשי של עשייה מתמטית שמכוונת לאקספלורציה. ואכן, התלמידים מייחסים את קשייהם למאפיינים אקספלורטיבים של השיח, כמו כתיבה תקנית וכללי על של הוכחות.

ערך **הכישרון** עושה העצמה של השתתפות מפעולה לתכונה. במחנה, התואר 'כישרונית' תיאר תלמידה שהשתתפותה כללה מאפייני אקספלורציה. כלומר, במקום לשוחח על תלמידה שהשתתפה באופן אקספלורטיבי בתרגיל מסוים, ישנה העצמה לתכונה קבועה של התלמידה.

אם כן, הערכים שנמצאו במחנה מובילים לעשיה אקספלורטיבית. בנוסף, נראה כי חלק מהובלה זו מתייחסת לאקספלורציה כזהות של אנשים מסויימים ולא כעשיה במהלך פעילות ספציפית. כלומר, ההשתתפות האקספלורטיבית עברה להיות מכוננת אינדיבידואלים המסווגים כביכול כאנשים שנולדו אחרת.

המעבר מצורת השתתפות שיכולה לאפיין כל אדם לזהות המבדלת אנשים ספציפיים דומה לשימוש שנעשה במושג חקירה (פוליה וקילפטריק, 1976). פוליה במהלך עבודתו באוניברסיטת סטנפורד, יצר מבחני תחרות מתמטיים שנועדו לבחון כישרון המבוסס על המאפיינים הבאים:

> מקוריות ובוננות[69] ולא על כישורים רוטיניים...שאלה אופיינית עשויה להצריך ידע מסוים שעומד לרשותם של הנבחנים, אבל תדרוש מהנבחנים לרתום אותו **לשימוש בדרכים בלתי רגילות** הדורשות רמה גבוהה של תחכום. הבעיה יכולה גם להציג מושגים מסוימים שהנבחן איננו מכיר אותם ... התלמיד הזוכה צריך להראות יכולת **חקירה** (Buck, 1959)[70].

ניתן לומר כי מושג החקירה, על פי פוליה, התקשר ישירות לזהות של תלמידים ולא רק לפעילותם. המבחנים במתמטיקה שיזם פוליה נועדו לגלות אופי יוצא דופן שמוביל לחקירה לא רוטינית, וייחודיות, תחת הנחה שהחקירה המתמטית שמורה ליחידי סגולה. בדומה לכך, Buck (1959), מתאר את החקירה (אקספלורציה) של התלמיד כיכולת ("הזוכה צריך להראות יכולת חקירה"), כמשהו

[69] הבנה בנושא כלשהו הגורמת לשינוי תפישה בהקשר לאותו הנושא (ויקימילון). תרגום כנראה של insight.
[70] התרגום נלקח מאוסף בעיות מתמטיות עם רמזים ופתרונות מאת ג'ורג' פוליה וג'רמי קילפטריק (1976) שתרגמה פרופ' נצה מובשוביץ-הדר.

נתון שיש לאתר ולא רק כאופי השתתפות בפעילות. לעומת פוליה וBuck, Sfard (2008) מגדירה את האקספלורציה כסוג של רוטינה שאדם ספציפי יכול להשתתף בעשיה שלה או לחתור אליה. לכן ניתן לומר כי תחת ההגדרה של Sfard החקירה היא לא תכונה של אדם מסויים שאותו יש לאתר אלא דרך השתתפות שניתן לאמץ.

ההקבלה בין התחרויות המתמטיות שיצר פוליה לבין תרבות המחנה נמשכת מעבר להגדרת כשרון אל שאלת איתורו. אצל פוליה וקילפטריק, "כדי להקל על בחירת הזוכים, תוכננו הבעיות כך שרק מספר קטן של משתתפים יוכל לפתור את כולן" (פוליה וקילפטריק, 1976). דבר דומה נראה גם במחנה. במהלך טקס הפתיחה נאמר כי "אף אחד עד היום לא הצליח לפתור את כל התרגילים,..., אף אחד לא הצליח, אז גם סביר להניח שגם אתם לא תצליחו לפתור את כל התרגילים [טקס פתיחה, שורה 32]". בדומה למבחנים של פוליה או לאולימפידות במתמטיקה, ניתן לראות כי גם במחנה השאלות נכתבו בין השאר בכדי לברר אילו תלמידים הם הכישרוניים, כלומר שמסיימים כמה שיותר שאלות.

כללי העל כמשקפים קהילה מתמטית אקדמית

ההתייחסות לכתביו של פוליה מתכתבת גם עם רקע התלמידים וכללי העל שנמצאו במחנה. זאת, למרות שכללי העל שבחרתי להדגים בעבודה זו ככל הנראה לא כללו את כל כללי העל לעשייה מתמטית במחנה, אלא התמקדו באלו שנתגלו מתוך מספר מצומצם של קטעי שיח מתמטי שנותחו לעומק. כללי העל במחנה היו מבוססים על כללים לוגים מתמטיים וכללים קהילתיים, בדומה להיוריסטיקות שמתאר פוליה בספרו (Polya, 2014). בשורות הבאות אדגים כמה מהיוריסטיקות שהוצגו ע"י פוליה ונמצאו ככללי על במחנה.

חפש דפוס היא היוריסטיקה המתארת צורה בה ניתן ל'הרגיש' את הבעיה, או הדגמה של הבעיה בדוגמאות פרטיות וחיפוש דפוסים ביניהם. דבר זה הוזכר בפרק הממצאים כשימוש בדוגמאות.

הוכחה בשלילה היא היוריסטיקה, או כלל על שנמצא במחנה. כלל זה אומר שכדי להוכיח יש להניח כי הטענה אינה נכונה ולהגיע לסתירה.

בחר יצוג יעיל היא היוריסטיקה שמתאר פוליה ומתקשרת לכתיבה סימבולית של הבעיה והבנת הקשר בין הסמלים ופתרון הבעיה. יוריסטיקה זו מתקשרת לערך של כתיבה מתמטית ושימוש בסימנים מתמטיים מקובלים שהודגש במחנה.

הכללה היא היוריסטיקה שגם נמצאה במחנה ככלל על, המתארת אפשרות להרחיב את הבעיה לפתרון שאלות נוספות.

ככלל, כללי העל שנמצאו מתיישבים עם היורסטיקות שנמצאו אצל פוליה. דבר זה אינו מפתיע, שכן המחנה מיועד להכווין תלמידים לפקולטה למתמטיקה, ולכן סביר שהמחנה וקהילות מתמטיות אחרות (המיוצגות בעבודתו של פוליה) יעבדו בשיטות דומות. ממצא זה מאשר את המסקנה כי הקהילה במחנה קרובה בעשייתה לקהילה מתמטית. כלומר היוריסטיקות אלה יצרו קשר בין עשית מתמטיקה כפי שהיא נעשית אצל מתמטיקאים אל מול עשיה של חינוך מתמטי בפקולטה למתמטיקה.

ברשימת היוריסטקות של פוליה לא תוארה פדגוגיה אלא אוסף של כללים. כללים אלו, על אף שהופיעו במחנה, לא נלמדו בפדגוגיה מסודרת במחנה, אלא בצורה לא מופרשת ותוך כדי עשיה שולייתיות ובתוך שלל של ערכים שמכוונים אותם לעשיה אקספלורטיבית. בספרות נראה כי אחת הדרכים היעילות לפתח יכולת לפתרון בעיות, היא הוראה הכוללת דרכי הוראה מפורשות של אסטרטגיות היוריסטיות לפתרון בעיות (עובדיה, 2014). נראה כי במחנה היתה הנחה כי יכולת פתרון בעיות של התלמידים היא מובנת מאליה.

לסיכום, ניתן לומר שערכי המחנה, גלויים וסמויים, קיבלו ביטוי באופן הלמידה וההשתתפות במחנה. התרבות הארגונית עודדה עשיה אקספלורטיבית. בעוד שהתפיסה המקובלת של עשייה מסוג זה נעדרת אלמנט חברתי, במחקר זה עולה האפשרות שסוביקטיפקציה ותהליכי זהות חברתית הם חלק מהשתתפות אקספלורטיבית. יחד עם זאת, יש לציין שערכי המחנה, למרות נטייתם הכללית לאקספלורציה, לא תמיד התיישרו זה עם זה. לעתים הם התאימו, השלימו והעצימו זה את זה, ולעיתים התנגשו. בפסקאות הבאות יודגמו מתחים או התאמות בין הערכים השונים.

התאמות ומתחים בין הערכים השונים

התאמה בין ההשתתפות בקהילה ומתמטיקה לשמה

בניה של קהילות למידה מוזכרת בספרות, כמו גם למידה שולייתית, אשר מטבעה מתרחשת בקהילה (Lave & Wenger, 1991). החשיבות של הקהילה ללמידה מתבטאת במספר רבדים: בגישות סוציו תרבותיות, הבסיס של הלמידה, כפעילות חברתית, היא החברה. גם בגישות קוגניטיביסטיות קיימת התייחסות לקהילה כתומכת או כמפריעה ללמידה.

במחנה זה, הקהילה אפשרה את פיתוח השיח המתמטי ונתנה לו לגיטימציה במהלך פעילות חברתית, שם היתה זליגה בין השיח החברתי לשיח המתמטי. ההשתתפות בקהילה אפשרה עשייה מתמטית לשמה כמוסכמה חברתית דבר שאף תורם לשינוי הזהות של התלמידים. כלומר ערך

ההשתתפות בקהילה מתמטית התאים לערך של מתמטיקה לשמה ואפשר לו נוכחות גם בזמן הפנוי ובפעילויות החברתיות.

מתח בין התמודדות עם אתגרים וכישרון

בניגוד להתאמה בין הערכים הקודמים, בין ערך ההתמודדות עם אתגרים והכישרון נמצא מתח מסוים. נראה כי כאשר תלמידים שונים פתרו את אותה בעיה, קריטריון המהירות עלה על ההתמודדות עם הקושי. במילים אחרות, כאשר תלמידים ניסו להתמודד עם שאלה זמן רב ובדרכים שונות, ולבסוף תלמידים אחרים פתרו את השאלה מהר יותר, נראה היה לראשונים כאילו עבודתם ירדה לטמיון.

מתח בין השתתפות בקהילה וכישרון

הערך של השתתפות בקהילה התנגש בערך הכישרון שמעודד בידול ותחרותיות. מתח זה יצר קהילה של פרטים שכל אחד ניסה לפתור בעיות מתמטיות באופן עצמאי. כך היתה אפשרות לצוות המחנה להעריך את כישרון התלמידים. הפתרון למתח הזה נמצא בבידול בין הפעילויות בהן הודגשה ההשתתפות בקהילה לבין הפעילויות בהן הודגש הכישרון. ערך השתתפות בקהילה בא לידי ביטוי בעיקר מחוץ לשיעורי הלימוד, בפעילויות חברתיות ועל ידי שיחות חולין שעירבו נושאים מתמטיים. לעומת זאת, ערך הכישרון תפס מקום חשוב יותר בפעילות המתמטיות עצמן ובמפגשי עמיתים בהם היה שיתוף באופן פורמלי של פתרונות של תרגילים שנפתרו על פי רוב באופן עצמאי.

חשיבות העצמאות והאינדיבידואליות בהצלחה או כישרון מתמטיים איננה ייחודית למחנה תומבה. כפי שמציינים Johnson ועמיתיו:

The myth of individual genius and achievement--as opposed to cooperative efforts--is deeply ingrained in American culture. Americans seem deeply committed to the idea of the individual hero---a rugged self-starter who meets challenges and overcomes adversity. Sports, for example, are more often defined by individual superstars than by the quality of teamwork. Academic excellence is more often personified by the valedictorian than by academic teamwork (Johnson, Johnson, & Smith, 1998,p. 26).

המיתוס של הגאון הבודד, מופיע לא פעם בתרבות המערבית. לפי מיתוס זה, הגאון הבודד אינו צריך את הקהילה סביבו ועליו לעבוד לבד על מנת להצליח.

במידה מסוימת, אלו הערכים של השתתפות בקהילה וערך הכישרון הם סותרים אחד את השני, אך באותה נשימה, הם שתי קצוות שאפשר להחזיק בהם יחדיו: אם אחת ממטרות המחנה היא לאתר יחידי סגולה, גם עבורם דרושה קהילה שיש לטפח. אם כך, המתח בין קהילה וכשרון הוא למעשה סממן חיצוני למתח עמוק יותר, בין איתור לטיפוח. אלו שני צדדים שחשיבותם רבה לזהויות המיועדות שהמחנה מתווה לתלמידיו. התוויה זו נעשית על ידי התרבות הארגונית הערכית של המוסד. אעבור כעת לדון בזהויות המיועדות במחנה, והקשר שלהן לערכים, כפי שניתן לפרוש אותם על ציר של איתור מול טיפוח.

תיאור הערכים איתור מול טיפוח

במהלך מציאת הערכים ותיקופם, ומניתוח שיח הצוות, נראה כי באופן מוצהר דובר עם התלמידים על אפשרויות למידה דומות עבור כולם, אך בשיח הסמוי בישיבות הצוות והלא מפורש בטקסים או בשיעורים נראה כי צוות המחנה התייחס לזהות מיועדת כמתמטיקאיים כתכונה נתונה מראש שהמחנה רק מגלה אותה. הפער בין השיחים הללו, הוביל אותי לבחון את הערכים שנמצאו במחנה על ציר של איתור כישרון מתמטי מול יצירתו ופיתוחו. באיתור הכוונה היא שיש אנשים שנועדו להיות מתמטיקאים, כמעט מלידה, ויש רק למצא אותם ולאתרם, דבר שנזכר במחנה והוא מהווה אף את הרציונל שמוביל אולימפיאדות מסוימות במתמטיקה (פוליה וקילפטריק, 1976). מנגד, בגישות סוציו תרבותיות קיימת הנחה של למידה בקהילה, המתמקדת בהוראה ולמידה (Wenger, 1998), ולא רק (או כלל לא) באיתור.

העיסוק של הקהילה המתמטית ב"איתור" וב"כישרון מולד" איננו אופייני רק למחנה תומבה. בהרצאה שנערכה באוניברסיטת בן גוריון, בשנת 2012, בה נכחו מתמטיקאים ואנשי חינוך מתמטי, פרופסור ג'ראלד גולדין (Gerald Goldin) התעמת עם האמונה המקובלת לפיה מחוננות מתמטית היא מולדת[71]:

> "המילה מחונן, לפחות באנגלית, מקבלת משמעות חזקה של משהו מולד. ייתכן שישנם דברים בכך שהם מולדים, אך אין זה אומר שדברים שאדם מסוים נולד עימם לא יכול להירכש בלמידה על ידי אחר".

בדומה לכך פוירשטיין ועמיתיו (Feuerstein, et. al, 1991) טענו כי מרבית הידיעות וכלי החשיבה של האדם אינם מוקנים לו בהתפתחות ביולוגית בלבד, אלא במסירה מכוונת –כלומר בהוראה.. לטענתו

[71] https://www.cs.bgu.ac.il/~berend/ted-conference/

יכולים אנשים רבים, כולל אנשים עם מוגבלות קוגניטיבית, להגיע להישגים אינטלקטואליים גבוהים בהרבה מאלו שמרבית הפסיכולוגים ואנשי החינוך מצפים מהם, וזאת בעזרת הוראה נכונה. אם ניתן להשליך מדבריו של פוירשטיין אל נושא המחוננות, ניתן לומר כי גם מחוננות במתמטיקה היא משהו שניתן לטפח (Sheffield, 1994).

את הערכים שנמצאו במהלך עבודה זו ניתן להציג על הציר של טיפוח מול איתור של מחוננות מתמטית. דבר זה מתואר באיור 6. ישנן ערכים המתאימים באופן מובהק לאחד הצדדים. כמו לדוגמא ערך הכישרון, אותו ניתן לשייך לציר האיתור. לעומת זאת, כתיבה מתמטית תקנית והתמודדות עם קושי קשורים יותר לטיפוח. ההשתיכות לקהילה מתמטית היא ערך שיש בו מן האיתור ואף מהטיפוח: קהילה של "יחידי סגולה" שאותרו ואוגדו ביחד למען הפחתת בדידותם וקהילה כמשהו שמטפח ומפתח את התלמידים.

איור 6: ערכים המשקפים טיפוח מול איתור

Figure 6: Values that Reflect Identification versus Development

איתור מחוננות מתמטית, במובלע או במוצהר, מתייחס למחוננות מתמטית כמשהו קיים כמו צבע עיניים. טיפוח מחוננות לעומת זאת, אינו סותר בהכרח הנחה של בסיס קוגניטיבי מסוים, אלא מתמקד באפשרות של טיפוח או הוראה של מחוננות, ובפרט של מחוננות מתמטית ולא רק זיהוייה

ואיתורה. נמצא כי הערכים המוצהרים בשיח מתקרבים יותר לציר של הטיפוח ואילו הערכים הסמויים מקושרים יותר לאיתור מחוננות.

ניתן אולי להסביר ממצא זה בכך שברמה המוצהרת, ניתנת כביכול הזדמנות שווה לתלמידים, אך בפועל, הצוות מחפש את המתמטיקאים הבאים בבחינת 'או שיש לך את זה או לא', או 'רואים את זה על התלמידים', והמחנה נועד כביכול לאתרם. מנקודת מבט זו, האיתור במחנה הוא כמסע חניכה שהעוברים אותו ראויים להיות מתמטיקאיים, אך במהלך מסע זה הם גם מסתגלים לערכיה של קהילה זו.

6 חשיבות המחקר ותרומתו

בפרק זה אדון באפשרויות הנלמדות מעבודה הזו. פרק זה מחולק לשני סעיפים עיקריים. תרומה תאורטית ותרומה מעשית, התרומה המעשית תכלול גם הצעות ברמת המדיניות בדרכים שניתן לתמוך בתוכניות לקידום לימודים גבוהים.

6.1 תרומה תאורטית

במישור התאורטי, המחקר מבוסס על גישות סוציו תרבותיות הטוענות ליחסי גומלין בין למידה וזהות (Heyd-Metzuyanim & Sfard, 2012; Lave & Wenger, 1991; Sfard & Prusak, 2005; Wenger, 1998). מחקר זה הוסיף ידע נוסף על יחסי הגומלין הללו ומורכבותם. ממצאי המחקר מצביעים על תהליכים המקשרים בין זהות התלמידים והסיפורים שהם מספרים לבין עשיית המתמטיקה. כמו כן, נחקרו הזדמנויות למידה שונות במהלך המחנה, והקשרי הזהות בהן. נבחנה הזהות המיועדת של התלמידים המשתתפים במחקר בגוף ראשון ובגוף שלישי בקשר להשתתפות בפעילויות מתמטיות אקדמיות. במחקר נעשה שילוב בין הגישה הקומוגניטיבית וחקר תרבות ארגונית במחנה מתמטי. השילוב בין כלים אופרציונליים בחקר שיח ובין כלים מתחום הניהול של תרבות ארגונית מאפשר להרחיב את השימוש בגישה הקומוגניטיבית אל מעבר לאינטראקציות שיח בודדות ולהסביר בעזרתו תרבות של קבוצה. התועלת העולה מחיבור זה מודגמת בממצא שעלה מהמחקר הנוכחי, לפי הערכים שנחשפו על פי המסגרת התיאורטית של Schein, מעודדים השתתפות אקספלורטיבית, כפי שהיא מוגדרת בגישה הקומוגניטיבית.

6.2 תרומה מעשית

המחקר המתואר כאן חושף תהליך של בניית קהילה המבוססת על תחומי עניין משותפים. המחקר מאפשר לבחון הזדמנויות למידה בקרב משתתפי המחנה ואת תהליכי ההערכה הגלויים והסמויים

במחנה בעל תהליך הערכה בלתי פורמלי. כחלק מתהליך המחקר במחנה, ניסיתי לבחון את דרך ההערכה של תלמידי המחנה. על מנת להבין תהליך זה ראיינתי את המדריכים וניתחתי את ישיבות הצוות. במהלך ישיבת הפרס, שאלתי על הקריטריונים וניסיתי לחשוף את הרובד המובן מאליו והמוסכם בשיח.

זאת ועוד, Raths ועמיתיו (1987), תארו את האנשים על ציר שבצידו האחד נמצאים אנשים שמודעים לערכיהם, ובצידו השני, אנשים שאינם מודעים לערכיהם. לשיטתם, תהליך הבהרת הערכים של הארגון הוא תהליך שעשוי לסייע לאנשים להתוודע לערכיהם. תהליך זה מסייע לאנשים וקבוצות לבחור באופן מודע את ערכיהם, ולהבין את ציפיות היחיד מהחברה וציפיות החברה מן היחיד. תהליך בחינת הערכים במחנה אותו חקרתי, עשוי לסיע למוסד לימוד לברר ולבחור את ערכיו, וכן, לתלמידים המגיעים אליו, להיות מודעים לערכים אלו.

בנוסף, המחקר בחן את האינטראקציות החברתיות מתמטיות ואת הזהות הקולקטיבית והאישית של תלמידים בתוכנית העשרה מתמטית. מתוך הנתונים נבחן האם וכיצד ניתן להרחיב את התוכנית לאוכלוסיות רחבות יותר. למשל, נראה כי יש צורך בדפי לימוד מקדימים לנחיתה רכה למחנה. כמו כן, יש צורך בקידום פרטני של תלמידים, והוראה ממוקדת יותר עבורם. עוד נמצא כי כללי העל של ההצדקות המתמטיות היו סמויות וטעויות רבות היו מבוססות על שימוש בכללי על לא מקובלים על הקהילה. ההשלכה המעשית לכך היא שיתכן וכדאי להפוך כללי על להצדקה למפורשים ולתכנן הוראה מסודרת של שימוש בהם.

ניתן לקשר המלצות אופרטיביות אלו לתהליך כללי יותר - בירור הערכים שנעשה במחנה. נראה כי במחנה ה"איתור" היה דומיננטי יותר מה"טיפוח" (או ההוראה). תהליך הבירור שנעשה במסגרת באמצעות המחקר, הוביל לכך שהתברר שהשיטות הנהוגות במחנה אינן תואמות במלואן את ערכיו המוצהרים. מכאן ניתן לומר שגם מחנות או מוסדות אחרים יכולים לכוון יותר לטיפוח, גם ללא התהליך של בחינת הערכים הסמויים והגלויים, שכן יש יסוד סביר להניח שהערכים הללו משותפים למוסדות מתמטיים רבים (כפי שנראה קודם בדיון על פוליה). כלומר, ההשתמעות הפרקטית היא לשים דגש יותר רב על צד הטיפוח שכן צד האיתור נוטה להשתלט, גם אם רובו נעשה באופן סמוי.

בעקבות חשיפת הערכים כתוצאה מהמחקר היתה חשיבה על תהליך נתינת הפרסים והוחלט במחנה 2016 לא לתת פרסי הצטיינות כיוון שהיה קשה למדריכים לפרמל את תהליך בחירת המצטיינים. איני יודעת אם הפסקת הפרסים הוא המסקנה הראויה אשר תקדם את מחנה להגיע למטרותיו, שכן תחומים רבים מבוססים על תחרות, ותחרותיות מקדמת לעיתים את החכמה והידע בעולם (בבחינת

"קנאת סופרים תרבה חכמה"). אך אם זאת ההפנמה של צוות המחנה כי הכללים אינם ברורים דיים, ויש צורך לבררם, (על אף שהיתה הסכמה מסויימת בין המדריכים מיהם התלמידים הראויים לפרסים) היא תוצאה מהמחקר.

בנוסף במחנה 2016, לדפי התרגילים של המחנה הוספו הגדרות ותאור של סימונים ופירושם. כאחראית אקדמית למחנה הייתי מודעת יותר לערכים וביקשתי מהמדריכים לשים דגש על טיפוח של התלמידים ובדיקה מוקפדת אם התלמידים אכן מכירים את הרקע עליו המדריכים מתבססים ותיווך של החסר במקרה הצורך.

7 מגבלות המחקר

מחקר זה הוא מחקר אתנוגרפי שבמהלכו נאסף חומר רב על המחנה, המדריכים והתלמידים בו. שיטת המחקר היא איכותנית ולא נערך תיקוף כמותי. הקושי במחקר מסוג זה הוא באפשרויות להרחיב ולהכליל אותו, לתאר איזו אוכלוסייה הוא מייצג, ועד כמה האוכלוסיה שנחקרה מייצגת מחנות מתמטיים דומים.

הרחבה למחנות הבאים

במהלך מחקר זה עקבתי אחר מחנה קיץ במשך שלושה סבבים. כמובן שהמחנה השתנה במעט מסבב לסבב וכנראה גם ימשיך להשתנות, ולכן ישנה אפשרות כי ממצאי המחקר יהיו פחות רלוונטים בעוד מספר שנים גם למחנה תומבה. כמו כן, תהליך חשיפת הערכים הוא מעין תהליך העלאת מודעות. יתכן ובעקבות פרסום המחקר וקריאתו, חלק מהערכים יעברו תהליך של בחינה מחדש ואולי אף שינוי. יוצא מכך, שמה שנמצא במחנה, בעקבות המחקר כבר לא יהיה עדכני במחנות לאחר ישום המחקר. בעיה זו מעסיקה כל מחקר שנעשה על בני אדם וחוקר את תרבותם, שכן התרבות היא דינמית.

הרחבה לאוכלוסיה הכללית

המחקר חקר את המחנה על אוכלוסית תלמידיו ואנשי הצוות שלו בשנים מסויימות. הסקה אל האוכלוסיה הכללית, או אל אוכלוסית התלמידים המעוניינים להשתתף במחנות מעין אלו צריכה להעשות בזהירות.

חוקרת משתתפת

מגבלה מתודולוגית במחקר זה היא השניות של תפקידי. במהלך היותי חוקרת במחנה קיץ זה כהנתי גם כמדריכה וגם כמורה. במחקר שבו מתבססים על תצפית משתתפת עלולה להיות הטיה של הניתוח או פרשנות הנתונים. כמו כן, בתהליך מציאת הערכים למשל, יכולים להמצא ערכים שלי כאינדיבידואל ולא ערכי מחנה הקיץ. על מנת להתמודד עם מגבלה זו נקטתי בכמה דרכים על מנת למזער את ההפרעה. הראשונה, אספתי וניתחתי נתונים שלא נאספו רק מהכיתה בה הדרכתי (בכל מחנה נכחו 4-5 מדריכים). הנתונים שנותחו על ידי עברו תיקוף עם צוות המחקר, וכן הערכים שנמצאו עברו תיקוף כפול כמתואר בפרק 3.6.

8 כיווני מחקר עתידיים

כיווני המחקר היכולים להמשיך מחקר זה הם רבים ומגוונים. אציג בסעיף זה כמה מהם. בתחילה אתאר כיווני מחקר סוציו תרבותיים כללים המתקשרים למחנה ולאחר מכן אתאר כיווני מחקר הקשורים יותר למתמטיקה במחנה.

מגדר

אחד ההיבטים שסיקרנו אותי באופן אישי היה מיעוט התלמידות שהשתתפו במחנה. במהלך הראיונות וההדרכה עם התלמידות שהגיעו, היתה נוכחת הדילמה החברתית אם להגיע למחנה יותר מאשר אצל הבנים שרואינו. עניין אותי כיצד ניתן להגיע אל תלמידות המעוניינות להשתתף במחנה, וכיצד ניתן לעזור להן להתמודד עם הדילמות החברתיות הכרוכות בכך. Barton ועמיתיה (2013), דנו בתרומה של שינוי של זהות אצל תלמידות המעודד אותן לחשוב על השתתפות בתחומי המדע, המתמטיקה והטכנולוגיה. מחקרים נוספים מכירים בתרומה של תוכניות בלתי פורמליות למתמטיקה ומדעים כמגדילות את השתתפותן של בנות ונשים בתחומים אלו באקדמיה ובקריירה הנדסית (Darke et al., 2002; Fadigan & Hammrich, 2004) ועוזרות בפיתוח זהותן כתלמידות מדעים או מתמטיקה בעתיד.

בתוכניות חוץ כיתתיות נחקר העידוד לבחירת קרייה עתידית. דבר זה נראה גם במחקרם של Barton ועמיתיה (2013), שם דנו בשינוים של תכנוני העתיד של נערות ביחס למתמטיקה, מדעים והנדסה. נראה כי לציפיות יש השפעה חזקה בבחירת העתיד שלהם: הן לציפיותיהן מעצמן, והן לציפיות של אנשים אחרים מהן. בנוסף, Morrow & Schowengerdt (2008) חקרו את חשיבותן של תוכניות לא פורמליות לבנות ובפרט את התפתחות הזהות המתמטית של המשתתפים בתוכנית. הן מצאו כי התוכנית מעודדת את התלמידות למקצועות מתמטיים. מחקר רחב יותר בצעו Fadigan & Hammrich (2004) שבחן את השפעת תוכנית מדעית לא פורמלית בשם WINS על הזהות המדעית של כ-150 בנות שהשתתפו בה. נמצא כי הבנות שהשתתפו במחקר פתחו עמודות חיוביות ללקיחת סיכונים במתמטיקה, ועמדה חיובית ללמודים מתקדמים. במיוחד בארץ, מחקר רב עוד נדרש על מנת להבין חסמים ומגבלות המונעות מבנות להגיע למחנות או תוכניות העשרה במתמטיקה או מדעים, וכן להבין האם המחנה המסוים שנחקר תורם באופן חיובי או שלילי להבנית הזהות המיועדת שלהן בעינייני לימודים וקריירה.

בחירות קריירה

במהלך המחקר התחלתי לאסוף נתונים על בחינה ארוכת טווח בנושאי קריירה של בוגרי המחנה. מאיסוף נתונים ראשוני נראה כי רבים מבוגרי המחנה ממשיכים לכיוון אקדמי מתמטי. כמובן שאין זה אומר שבחירות הקריירה של התלמידים שעברו במחנה היו בהשפעת המחנה, אך מעניין לבחון את תהליך בחירת הקריירה של תלמידים בוגרי המחנה. כמו כן, נדרש מחקר ארוך טווח של המחנה כתחנת ביניים בסלת קריירה. מראיונות עם תלמידים במחנה, ומניתוח שיח של מדריכים ותלמידים במחנה (חלק מהמדריכים היו תלמידי המחנה בעבר), נראה כי מלבד הידע במחנה, מועברות בין הצוות לתלמידים ובין התלמידים לבין עצמם רעיונות למסגרות המשך כמו חוגים במתמטיקה, קורסים באוניברסיטה, אולימפיאדות במתמטיקה ויחידות צבאיות המתעסקות בהצפנה. תלמידים רבים צינו כי במהלך המחנה חשבו על מסלולי המשך וכן, מספר תלמידים שרואיונו כשנה או שנתיים לאחר סיום המחנה תארו את המחנה כאבן דרך משמעותית עבורם. על כן, מחקר על השפעת מחנה זה ודומיו לטווח ארוך הוא חיוני.

הומור מתמטי

ההומור המתמטי שנמצא במחנה נראה לי בין השיח החברתי לבין השיח המתמטי במחנה. במהלך המחקר, ניסיתי להתחיל להבין מה התכלית של ההומור המתמטי במחנה הקיץ, ואלו סוגים של הומור מופיעים. ברצוני לפתח יותר את המחקר בנושא, ולבחון את תרומת ההומור למחנה הקיץ, ואת השימוש בבדיחות מתמטיות ובפרדוקסים ככלי עזר ללמידה.

למידת מושגים

אחד האתגרים המתמטיים במחנה היה, למידת מושגים בקצב אינטנסיבי. במהלך המחקר ולאחריו הבחנתי כי קצב הלימוד מאוד אינטנסיבי, ולעיתים הפנמת המושגים שגויה. נדרש לבחון את הפנמת החומר לאחר חודש או יותר. כמו כן, יש לבדוק כיצד משתלבים קצב הלימוד של המושגים לידע הקודם ולזהות התלמיד.

פתרון בעיות

למידה מתוך פתרון בעיות היתה פרקטיקת ההוראה במחנה. ניתן לבחון את יתרונות השיטה מול חסרונותיה. כמו כן, יש לבדוק האם וכיצד ניתן להנגיש את דפי הלימוד לאוכלוסיות נוספות. נושא נוסף שעלה במהלך המחקר הוא אילו בעיות נחשבות ל״קשות״ ואילו ל״קלות״ בעני המדריכים או

בעני התלמידים, והאם יש התאמה בהערכת רמות של קושי בין המדריכים לתלמידים. יש לבדוק אפשרות להנגשה של השאלות על ידי תיווך נוסף או בעזרת בנית מילון מושגים הקשורים לשאלה.

העברה

נושא המחנה היה תורת המספרים, נושא שאיננו חלק אינטגרלי מתוכנית הלימוד הבית ספרית, אך על פי מתמטיקאים רבים, מייצג אב טיפוס של חשיבה מתמטית. בהתאם כדאי לבחון האם ואם כן כיצד, תורמת למידת תורת המספרים במחנה ללמידת מתמטיקה בית ספרית או למידת קורסי בסיס אוניברסיטאים כדוגמאת אלגברה וחדו״א.

10 אחרית דבר

התהליך של מחקר הדוקטורט, מלבד גילוי של הערכים והלמידה במחנה תומבה, העביר אותי תהליך גילוי נוסף. התחלתי את הדוקטורט כבוגרת הפקולטה למתמטיקה בתואר שני ובעלת זהות של מתמטיקאית.

כמו שכתב Gee (2013), בניתוח שיח יש צורך להפוך את הנורמלי והמוכר למנוכר ומוזר ולהתחיל לשאול שאלות. וכך, בעקבות דברים שנראו לי ברורים כתלמידה לשעבר בפקולטה למתמטיקה, התחלתי לשאול שאלות. השאלה הראשונה ששאלתי במחנה היתה, מה קורה פה?

ניסיתי להבין את הקסם שגורם לתלמידי תיכון ל'בזבז' שבועיים מהחופש שלהם ללימודי מתמטיקה. הקסם שגרם גם לי לבלות שנים נפלאות במסגרת הפקולטה למתמטיקה בהשתאות ובפליאה אינסופית.

כשנכנסתי למחנה חשבתי שיש תלמידים 'שיש להם' כישרון או שכל, ורק חשוב שלא ירגישו לבד מדי. עדות למחשבה כזו נאמרה על ידי בישיבת צוות, בסיום המחנה הראשון שם שאלתי את רכז המחנה שנכח בפגישה "אתה בודק התקדמות או טיב אבסולוטי?" רכז המחנה השיב לי: "טיב אבסולוטי, כמו פרופסור XX, כך היה ברוסיה וכך גם פה" [W2D5Z,13]. באותו זמן היה לי ברור מהו אותו 'טיב אבסולוטי' אותו רכז המחנה בודק, רק שהרגשתי חוסר הוגנות כלפי תלמידים שאינם בעלי אותו 'טיב אבסולוטי' אך בכל זאת השקיעו מאוד והתקדמו כברת דרך במחנה.

בועדת הפרס הראשונה, נראה כי המדריכים כולם ידעו טוב מיהו התלמיד הראוי לפרס בקבוצתם. לי, לעומת זאת, היתה התלבטות בין שתי תלמידות שחשבתי שהן ראויות לו. האחת, יסמין שתוארה בפירוט בפרק 4.4, והשניה שיר, שמוזכרת גם היא בדיסטרציה זו אך בתדירות נמוכה יותר. שיר עבדה בצורה יותר מסודרת, עם פחות 'הברקות', כתבה נכון והתמודדה עם אתגרים רבים. יסמין, לעומתה, התלהבה יותר, הרחיבה כל שאלה, פתרה במהירות ובביטחון את התרגילים. בשלב זה לא היה לי ברור האם אני יכולה לסדר את התלמידות בכיתה שלי ביחס סדר ברור, על פי ה'טיב האבסולוטי' המדובר. שם התחילו ניצני הספק. את הישיבה עזבתי לאחר שנתתי את המידע שחשבתי שהוא ראוי לציון על שתי התלמידות. את ההחלטה לגבי הפרס השארתי לשאר חברי הצוות.

כשחזרתי וניתחתי את הישיבה, הבנתי שאין לי ממש מושג מהו אותו 'טיב אבסולוטי'. התחלתי לנסות ולבחון אותו בהתאם למידע שאספתי. ניסיתי לחפש עדויות לכך בראיונות עם המדריכים

ובישיבות הצוות, וכן בשיעורים ובראיונות התלמידים. התחלתי למצא כל מיני קריטריונים להערכה במחנה.

משם התחלתי לפרוט את כל הנחות היסוד שלי על מתמטיקה שנראו לי כנורמטיביות, ולהטיל בהן ספק. פתאום הבנתי את נקודת מבטה של האנתרופולוגית, לחקור מבפנים וגם מבחוץ. בסבבים הבאים של המחנה כבר התחלתי יותר לשאול, ולתהות, ביני ובין עצמי וגם בצוות המדריכים, מה אנחנו מחפשים במחנה? כיצד אנחנו מגדירים הצלחה?

בישיבת הפרס של 2014 היה כבר יותר מסובך. אני ניסיתי לשאול באופן מפורש יותר על הקריטריונים, וכתגובה אחד המשתתפים ענה לי בצחוק "צבע עיניים, צבע שער". בצורה רצינית יותר, ניסו להסביר לי לבדוק כמה תרגילים הוא פתר, ובאיזה אופן הוא פתר אותם, האם הוא הרחיב, האם העיניים שלו בורקות. בשנה זו היתה לי פחות התלבטות, שכן היה תלמיד שפתר שאלות שאף אחד חוץ ממנו לא פתר, וידע לקשר באופן שהפתיע אותי בין תרגילים שונים ותחומים שונים במתמטיקה. בנוסף, הרקע המתמטי שלו והיכרות עם חידות עלה לעיתים על שלי. גם מבחינת הזהות המיועדת שלו, הוא אמר שהוא רוצה להיות מתמטיקאי ולסיים דוקטורט עד גיל 24 (הוא רק לא החליט באיזה תחום).

ויחד עם זאת, תלמיד זה שתפס את תשומת הלב שלי, ושל שאר חברי הצוות, והניח לי קצת מהספק שכרסם בי לגבי האפשרות לבחור ולהכריע בין תלמידים שונים, גרם לי כמתמטיקאית לתהות עדיין על חוסר ההוגנות שבבחירה. טענתי בישיבות שבחירתו איננה הוגנת שכן תלמידים טובים אחרים בקבוצתו, היו בקבוצה אחרת בוודאי זוכים, אבל בגלל שהוא חבר בקבוצה שלהם הם לא מקבלים את הפרס. כתגובה, אחד מאנשי הסגל במחנה אמר שפרסים זה לא דבר הוגן. הוא הוסיף שאם היה ניתן למדוד את ההצלחה במתמטיקה כמו בספורט אז אולי היה ניתן לדבר הוגנות.

ב2015 היה תהליך דומה, אך מוקצן, אשר בסופו רכז המחנה לא היה מרוצה מתהליך הבחירה, והבין בעצמו שהקריטריונים לא מספיק ברורים. בראיון נוסף שעשיתי עימו לאחר המחנה הוא שקל את האפשרות שבמחנה הבא לא יהיו פרסים למצטיינים, ואכן כך היה.

במחנה בשנת 2016 שגם בו הייתי שותפה כמדריכה, (ואף עשיתי בו תיקוף לממצאי המחקר בעזרת המדריכים) לא ניתנו פרסים. איני יודעת אם תהליך זה של הורדת הפרס הוא תהליך חיובי, שכן ייתכן שהפרס עודד תלמידים והכניס בהם מוטיבציה ועניין נוספים. אך ללא ספק, התהליך הבהיר לי את הקושי בהגדרת קריטריונים ברורים לכשרון או הצלחה במחנה.

תהליך נוסף שעברתי במהלך המחקר היה בתפקידי כמדריכה. במחנה הראשון, כמדריכה, התמקדתי בעיקר בתלמידים שסימנתי ככשרוניים. ניסיתי לאתגר אותם בכל מאודי וכשסימו את התרגילים הלכתי איתם לספריה והשאלתי להם ספר חידות, או ספר לימוד. בתלמידים האחרים השקעתי פחות. לא ממש הבנתי מה הם לא מבינים ואיך הם 'לא רואים את זה, פשוט?'. בסיום השבוע הראשון במחנה הראשון בו לקחתי חלק, עזבה אחת התלמידות בקבוצתי את המחנה. תלמידה זו התקשתה מאוד ואני חשבתי שהיא 'מתעצלת'. כששאלה לעיתים שאלות בכיתה, לא לקחתי בחשבון שאני מניחה כי יש לה רקע שעבורה הוא לא קיים. לא הרגשתי כל אחריות על כך שעזבה את המחנה. מבחינתי היא 'פשוט לא התאימה'. לאחר שהסתיים המחנה וחזרתי לחשוב על האירוע הזה, חשבתי לעצמי, מה אני יכולה לעשות אחרת? האם היה לי חלק בהחלטת התלמידה לעזוב? התחלתי שוב לחזור לנתונים ולראות שיחס הזמנים שהקדשתי לתלמידים שסיווגתי כמצליחים היה גדול פי כמה מהיחס לתלמידים אחרים.

בשנה לאחר מכן, ניסיתי להיות יותר שוויונית. יש לכך אפילו עדות באחת מישיבות הצוות שם אמרתי "אני תופסת את אלה שמתייאשים ועובדת איתם. שזו אסטרטגיה הפוכה ממה שעישיתי שנה שעברה [W1D3Z,14]". עבדתי לא רק עם תלמידים שהצליחו את כל התרגילים אלא גם עם התלמידים שהתקשו ולא הצליחו להתמודד. בנינו בצוות תוכנית שתומכת ועוזרת לגשר על הפער בין המושגים והרוטינות שהמדריכים במחנה מניחים כי ידועים לתלמידים לבין הרקע שתלמידים מגיעים איתו בפועל. נראה שהתובנות שלי חלחלו גם למדריכים אחרים. המדריכה תמי הציעה "את יודעת, יכול להיות ששווה לקחת את התלמידים שאין להם רקע, שמתקשים, ולחזור על ההגדרות והמונחים. לעשות על זה הקדמה [W1D3Z,14]".

בתהליך הדוקטורט הדהד בתוכי הויכוח עתיק היומין על המתמטיקה, האם היא גילוי או המצאה[72]. ויכוח זה בין גישות שונות, מחד המתמטיקה כ'גילוי', עוד מימי אפלטון, שראה את התאוריות המתמטיות כגילוי של ישויות אידיאליות, דרך ארדש, הארדי, קון ואחרים שראו את המתמטיקה כגילוי של עולם 'קיים', בדומה למגלה ארצות. מנגד, הרעיון שמתמטיקה הנה'המצאה' אנושית מצוי נתמך בידי מתמטיקאים ופילוסופים אחרים (כמו המתמטיקאים ריכארד דדקינד וקארל ויירשטראס, והפילוסוף לודוויג ויטגנשטיין).

[72] להרחבה ראו ליביו מ'. (2010) האם אלוהים הוא מתמטיקאי? אריה ניר הוצאה לאור.

כפרפראזה לויכוח האם מתמטיקה היא גילוי או המצאה, תהיתי במהלך מחקרי האם *מתמטיקאי* הוא גילוי או המצאה. האם תפקיד המחנה הוא לאתר את המתמטיקאים של הדור הבא או גם לחברת אותם לקהילה באמצעות ערכים. אני חושבת שבמהלך השנים ובמיוחד לאחר שסיימתי את המחקר והשתתפתי במחנה בשנת 2016, עברתי מהאיתור לכיוון הטיפוח וההוראה, בדגש על בחינת תהליכים ולא רק איתור ותיוג אנשים. מעבר זה נוטע בי תקווה להרחיב מחנה זה לאוכלוסיה רחבה יותר של תלמידים.

עם זאת, אני חושבת שאין בדיסרטציה זו מענה מוחלט על השאלה האם מתמטיקאי הוא גילוי או המצאה, כלומר האם הוא ניתן לאיתור או שהוא גם זקוק לטיפוח. אין כל עדות בדיסרטציה לכך שאין מקור עצמי מולד למתמטיקאים (שכן התלמידים שהגיעו למחנה עברו תהליך של סינון), אך אם זאת עצם הצפת השאלה, ובחינת התרבות של המחנה מאפשרת ראיה חברתית יותר של תרבות זו.

9 ביבליוגרפיה

אלוני, נ׳. (2003). להיות אדם. דרכים בחינוך ההומניסטי. תל אביב, הקיבוץ המאוחד.

גופמן, א׳. (1980). הצגת האני בחיי היומיום, עברית: שלמה גונן, תל אביב, הוצאת דביר.

ויגוצקי, ל. (1978). *חשיבה ודיבור*. ירושלים, ישראל: הוצאת ספרים ע"ש י"ל מאגנס - האוניברסיטה העברית.

זיו, א. (1998). *מחוננים וכישרונות מיוחדים*. תל- אביב: האוניברסיטה הפתוחה.

לביא, ע. וספרד א. (2016) עצמים מדיבורים: כיצד ילדים קטנים יוצרים מספרים בתוך שיח, מחקר ועיון בחינוך מתמטי, גיליון 4.

לירז, צ. (2014). תרבות ארגונית של חדשנות חינוכית: המקרה של בית ספר לומד באמצעות פרויקטים. (חיבור לשם קבלת תואר "דוקטור לפילוסופיה"), הטכניון, חיפה.

נבו, ב. (2004). דוח ועדת ההיגוי לקידום מחוננים בישראל, משרד החינוך והתרבות.

נוטוב, ל. (2011). מה בין שיין (Schein) למסלו (Maslow) מחויבות ארגונית כביטוי של תרבות, צרכים וניהול, המקרה של עיצוב התפקיד חינוך כיתה בתיכון בישראל. (חיבור לשם קבלת תואר "דוקטור לפילוסופיה"), הטכניון, חיפה.

עובדיה. ת. (2014) טיפוח מיומנויות לפתרון בעיות בקרב תלמידות תיכון "חלשות" במתמטיקה. (חיבור לשם קבלת תואר "דוקטור לפילוסופיה"), הטכניון, חיפה.

פוליה, ג׳. קילפטריק. ג׳. (1976) אוסף בעיות מתמטיות עם רמזים ופתרונות, (מאנגלית: נצה מובשוביץ-הדר), קשר חם.

צבר בן יהושע, נ. (עורכת). (2001). *מסורות וזרמים במחקר האיכותי*. אור יהודה: הוצאת דביר.

רוטנשטריך, נ׳ (1964). סוגיות בחינוך. בהוצאת בית הספר לחינוך של האוניברסיטה העברית ומשרד החינוך.

שקדי, א. (2003). מילים המנסות לגעת: מחקר איכותני, תאוריה ויישום. רמות.

Aiken, L. R. (1973). Ability and creativity in mathematics. *Review of Educational Research*, *43*(4), 405–432.

Alvino, J. (1981). National Survey of Identification Practices in Gifted and Talented Education. *Exceptional Children*, *48*(2), 124–132.

Arksey, H., & Knight, P. T. (1999). *Interviewing for social scientists: An introductory resource with examples*. Sage.

Barab, S. A., & Hay, K. E. (2001). Doing science at the elbows of experts: Issues related to the science apprenticeship camp. *Journal of Research in Science Teaching*, *38*(1), 70–102.

Barab, S. A., & Plucker, J. A. (2002). Smart people or smart contexts? Cognition, ability, and talent development in an age of situated approaches to knowing and learning. *Educational Psychologist*, *37*(3), 165–182.

Barton, A.C., Kang, H., Tan, E., O'Neill, T.B., Bautista-Guerra, J., & Brecklin, C. (2013). Crafting a future in science: Tracing middle school girls' identity work over time and space. *American Educational Research Journal, 50*(1), 37 – 75.

Bauer, M. W., & Gaskell, G. (2000). *Qualitative researching with text, image and sound: A practical handbook for social research*. Sage.

Berman, A., Goldberg, F., & Koichu, B. (2005). "Good Research" Conducted by Talented High School Students: The Case of Sci-Tech. *Gifted Education International*, *20*(2), 220–228.

Bishop, A. J. (2008). Mathematics teaching and values education–an intersection in need of research. In *Critical Issues in Mathematics Education* (pp. 231–238). Springer.

Bishop, J. P. (2012). "She's Always Been the Smart One. I've Always Been the Dumb One": Identities in the Mathematics Classroom. *Journal for Research in Mathematics Education*, *43*(1), 34–74.

Boaler, J., & Greeno, J. G. (2000). Identity, agency, and knowing in mathematics worlds. *Multiple Perspectives on Mathematics Teaching and Learning*, 171–200.

Buck C.R. (1959). A look at mathematical competitions. *American Mathematical Monthly, 66*, 201–212.

Bull, R., & Scerif, G. (2001). Executive functioning as a predictor of children's mathematics ability: Inhibition, switching, and working memory. *Developmental Neuropsychology*, *19*(3), 273–293.

Cazden, C. B., & Beck, S. W. (2003). Classroom discourse. *Handbook of Discourse Processes*, 165-197.

Cole, R. E. (1991). *Strategies for learning: small-group activities in American, Japanese, and Swedish industry*. University of California Press.

Corbin, J., & Strauss, A. (2014). *Basics of qualitative research: Techniques and procedures for developing grounded theory*. Sage.

Creswell, J. W. (2013). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five approaches*. Sage.

Darke, K., Clewell, B., & Sevo, R. (2002). Meeting the challenge: The impact of the National Science Foundation's program for Women and Girls. *Journal of Women and Minorities in Science and Engineering, 8*, 285–303.

Denzin, N. K., & Lincoln, Y. S. (2005). *The Sage handbook of qualitative research*. Sage.

Dey, I. (2003). *Qualitative data analysis: A user friendly guide for social scientists*. Routledge.

Engle, R. A., Conant, F. R., & Greeno, J. G. (2007). Progressive refinement of hypotheses in video-supported research. *Video Research in the Learning Sciences*, 239–254.

Erickson, F. (2004). Demystifying data construction and analysis. *Anthropology & Education Quarterly*, *35*(4), 486–493.

Ethier, K. A., & Deaux, K. (1994). Negotiating social identity when contexts change: Maintaining identification and responding to threat. *Journal of Personality and Social Psychology*, *67*(2), 243-251.

Fadigan, K.A. & Hammrich, P.L. (2004). A longitudinal study of the educational and career trajectories of female participants of an urban informal science education program. J*ournal of Research in Science Teaching, 41*(8), 835-860.

Feuerstein, R., Klein, P. S., & Tannenbaum, A. J. (1991). *Mediated learning experience (MLE): Theoretical, psychosocial and learning implications*. Freund Publishing House Ltd.

Fields, D. A. (2009). What do Students Gain from a Week at Science Camp? Youth perceptions and the design of an immersive, research-oriented astronomy camp. *International Journal of Science Education*, *31*(2), 151–171.

Forman, E. A. (2003). A sociocultural approach to mathematics reform: Speaking, inscribing, and doing mathematics within communities of practice. *A Research Companion to Principles and Standards for School Mathematics*, 333–352.

Gagné, F. (1999). My convictions about the nature of abilities, gifts, and talents. *Journal for the Education of the Gifted*. 22(2), 109-136.

Gardner, H. (1993). *Multiple Intelligences: The Theory in Practice*. Basic books.

Gardner, H. (1999). *Intelligence Reframed: Multiple Intelligences for the Twenty-First Century*. Basic Books.

Gates, J. (2010). Children With Gifts and Talents: Looking Beyond Traditional Labels. *Roeper Review*, *32*(3), 200–206.

Gee, J. P. (2000). Identity as an analytic lens for research in education. *Review of Research in Education*, 99–125.

Gee, J. P. (2013). *An Introduction to Discourse Analysis: Theory and Method*. Routledge.

Gill, V. T., & Maynard, D. W. (1995). On“ labeling” in actual interaction: Delivering and receiving diagnoses of developmental disabilities. *Social Problems*, 11–37.

Goffman, E. (1961). *On the Characteristics of Total Institutions*, New York: Holt, Rinehart & Winston.

Goffman, E. (1974). *Frame Analysis: An Essay on the Organization of Experience.* Harvard University Press.

Goffman, E. (1978). *The Presentation of Self in Everyday Life*. *Contemporary Sociological Theory*. Harmondsworth: Anchor Books.

Goffman, E. (2009). *Stigma: Notes on the management of spoiled identity*. Simon and Schuster.

Gomm, R., Hammersley, M., & Foster, P. (2000). Case study and generalization. *Case Study Method*, 98–115.

Gray, D. E. (2013). *Doing Research in the Real World*. Sage.

Gutiérrez, K. D., Sengupta-lrving, T., & Dieckmann, J. (2010). Developing a mathematical vision. in *Language and Mathematics Education: Multiple Perspectives and Directions for Research*, 29-71.

Hall, J. K. (2002). *Methods for Teaching Foreign Languages: Creating a Community of Learners in the Classroom.* Upper Saddle River, NJ: Merrill Prentice Hall.

Hammersley, M., & Atkinson, P. (1983). Ethnography: Principles in practice, tavistock. *London, England*.

Harré, R., & Gillett, G. (1994). *The discursive mind*. Sage.

Heyd-Metzuyanim, E. (2011). *Emotional Aspects of Learning Mathematics: How the Interaction Between Identifying and Mathematizing Influences the Effectiveness of Learning* (Doctoral Dissertation). University of Haifa. Haifa.

Heyd-Metzuyanim, E. (2013). The Co-Construction of Learning Difficulties in Mathematics—Teacher–Student Interactions and Their Role In The Development of a Disabled Mathematical Identity. *Educational Studies in Mathematics*, *83*(3), 341–368.

Heyd-Metzuyanim, E. (2015). Vicious Cycles of Identifying and Mathematizing: A Case Study of the Development of Mathematical Failure. *Journal of the Learning Sciences*. *24*(4), 504-549

Heyd-Metzuyanim, E., & Sfard, A. (2012). Identity Struggles in the Mathematics Classroom: On Learning Mathematics as an Interplay of Mathematizing and Identifying. *International Journal of Educational Research, 51*, 128-145.

Hiebert, J., & Wearne, D. (1993). Instructional Tasks, Classroom Discourse, and Students' Learning in Second-Grade Arithmetic. *American Educational Research Journal*, *30*(2), 393–425.

Hodkinson, P., & Hodkinson, H. (2001). The Strengths and Limitations of Case Study Research. In Learning and Skills Development Agency Conference at Cambridge *1*(1), 5-7.

Holland, D. (2001). *Identity and agency in cultural worlds*. Harvard University Press.

Holliday, A. (2013). Validity in Qualitative Research. *The Encyclopedia of Applied Linguistics*. Blackwell Publishing Ltd.

Horn, I. S. (2008). Accountable Argumentation as a Participation Structure to Support Mathematical Learning Through Disagreement. *In A. Schoenfeld (Ed.) A Study of Teaching: Multiple Lenses, Multiple Views.* VA, Reston.

Jensen, A. R. (1998). *The g Factor: The Science of Mental Ability*. Westport, CT, Praeger.

Johnson, D. W., & Johnson, R. T. (1987). *Learning Together and Alone: Cooperative, Competitive, and Individualistic Learning.* Prentice-Hall, Inc.

Johnson, D. W., Johnson, R. T., & Smith, K. A. (1998). Cooperative Learning Returns to College what Evidence is There that it Works? *Change: The Magazine of Higher Learning*, *30*(4), 26–35.

Jordan, B., & Henderson, A. (1995). Interaction Analysis: Foundations and Practice. *The Journal of the Learning Sciences*, *4*(1), 39–103.

Kieran, C., Forman, E. A., & Sfard, A. (2003). *Learning Discourse: Discursive Approaches to Research in Mathematics Education*. Springer.

Kluckhohn, C. (1962). *Culture and Behavior*. Oxford, England, Free Press.

Koichu, B. (2004). Junior High School Students' Heuristic Behaviors in Mathematical Problem Solving. Doctoral Dissertation, Technion, Haifa.

Koichu, B., & Andžans, A. (2009). Mathematical Creativity and Giftedness in Out-of-School Activities. *Creativity in Mathematics and Education of Gifted Students*, 285–308.

Kolloff, P. B., & Moore, A. D. (1989). Effects of Summer Programs on the Self-Concepts of Gifted Children. *Journal for the Education of the Gifted*, *12*(4), 268–276.

Krummheuer, G. (2007). Argumentation and Participation in the Primary Mathematics Classroom. *The Journal of Mathematical Behavior*, *26*(1), 60–82.

Krutet͡skiĭ, V. A., Wirszup, I., & Kilpatrick, J. (1976). *The Psychology of Mathematical Abilities in Schoolchildren*. University of Chicago Press.

Lakatos, I. (1976). *Proofs and Refutations: The Logic of Mathematical Discovery*. Cambridge university press.

Lampert, M. (1990). When the Problem is not the Question and the Solution is not the Answer: Mathematical Knowing and Teaching. *American Educational Research Journal*, *27*(1), 29–63.

Lampert, M., & Blunk, M. L. (Eds.). (1998). Talking Mathematics in School: Studies of Teaching and Learning. Cambridge University Press.

Larsson, S. (2009). A Pluralist View of Generalization in Qualitative. *Jornal of Reaserch & Methods in Education*, *32*(1), 25–38.

Lave, J., & Wenger, E. (1991). *Situated Learning: Legitimate Peripheral Participation*. Cambridge university press.

Leikin, M., Waisman, I., & Leikin, R. (2013). How Brain Research can Contribute to the Evaluation of Mathematical Giftedness. *Psychological Test and Assessment Modeling*, *55*, 415–437.

Leikin, R., Berman, A., & Koichu, B. (2009). *Creativity in Mathematics and the Education of Gifted Students*. Sense Publishers Rotterdam, The Netherlands.

Leikin, R., & Lev, M. (2013). Mathematical Creativity in Generally Gifted and Mathematically Excelling Adolescents: What Makes the Difference? *ZDM*, *45*(2), 183–197.

Lerman, S. (2000). The Social Turn in Mathematics Education Research, in J. Boaler (ed.), Multiple Perspectives on Mathematics Teaching and Learning, Ablex, Westport, CT, pp. 19–44.

Lincoln, Y. S., & Guba, E. G. (1985). Establishing Trustworthiness. Thousand Oaks, CA. Sage.

Marcia, J. E. (1993). *Ego Identity: A Handbook for Psychosocial Research*. Springer-Verlag.

Marton, F., Tsui, A. B. M., Chik, P. P. M., Ko, P. Y., & Lo, M. L. (2013). *Classroom Discourse and the Space of Learning*. Routledge.

McLeod, D. B. (1992). Research on Affect in Mathematics Education: a Reconceptualization. In *In D. A. Grouws (Ed.), Handbook of Research on*

Mathematics Teaching and Learning (pp. 575–596). New York: Macmillan Publishing Company Macmillan Publishing Company.

Meyer, M. L., Salimpoor, V. N., Wu, S. S., Geary, D. C., & Menon, V. (2010). Differential Contribution of Specific Working Memory Components to Mathematics Achievement in 2nd and 3rd Graders. *Learning and Individual Differences*, *20*(2), 101–109.

Michaels, S., O'Connor, C., & Resnick, L. B. (2008). Deliberative Discourse Idealized and Realized: Accountable Talk in the Classroom and in Civic Life. *Studies in Philosophy and Education*, *27*(4), 283–297.

Miles, M. B., Huberman, A. M., & Saldaña, J. (2013). Qualitative Data Analysis. A Methods Sourcebook 3 rd Edition. Sage.

Morrow, C., & Schowengerdt, I. (2008). Stepping Beyond High School Mathematics: Case Study of High School Women. Mathematics Education, *40*(1), 693-708.

Namakshi N., (2016). Creating a pathway to stem: role of an informal mathematics program, (Doctoral Dissertation), Texas State University.

Nasir, N. S. (2002). Identity, Goals, and Learning: Mathematics in Cultural Practice. *Mathematical Thinking and Learning*, *4*(2–3), 213–247.

Nasir, N. S., & Hand, V. (2008). From the Court to the Classroom: Opportunities for Engagement, Learning, and Identity in Basketball and Classroom mathematics. *The Journal of the Learning Sciences*, *17*, 143–179.

Piaget, J. (1953). The Origins of Intelligence in Children. Journal of Consulting Psychology, 17(6), 467.

Polya, G. (2014). *How to Solve it: A New Aspect of Mathematical Method*. Princeton University Press.

Raths, L. E., Harmin, M., & Simon, S. B. (1987). Selections from 'values and teaching'. In J. P. F. Carbone (Ed.), Value theory and education (pp. 198-214). Malabar, FL, Robert E. Krieger.

E. K. Renzulli, J. S. (1984). The Three Ring Conception of Giftedness: A Developmental Model for Creative Productivity. in: R. J. Sternberg & J. E. Davidson (Eds.), Conceptions of giftedness (New York Cambridge University Press) 53-92

Resnick, L. B. (1987). *Education and Learning to Think*. National Academy Press.

Rinn, A. N. (2006). Effects of a Summer Program on the Social Self-Concepts of Gifted Adolescents. *Prufrock Journal*, *17*(2), 65–75.

Rinn, A. N., Reynolds, M. J., & McQueen, K. S. (2011). Perceived Social Support and the Self-Concepts of Gifted Adolescents. *Journal for the Education of the Gifted*, *34*(3), 367–396.

Schein, E. H. (2010). *Organizational Culture and Leadership* (Vol. 2). John Wiley & Sons.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense Making in Mathematics. *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, 334–370.

Schoenfeld, A. H., & Herrmann, D. J. (1982). Problem Perception and Knowledge Structure in Expert and Novice Mathematical Problem sSolvers. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, *8*(5), 484.

Schön, D. A. (1987). *Educating the Reflective Practitioner*. Jossey-Bass San Francisco.

Schwarz, B. B., Hershkowitz, R., & Prusak, N. (2010). Argumentation and Mathematics. In *Educational Dialogues: Understanding and Promoting Productive Interaction*, 115–141.

Sfard, A. (1999). On two Metaphors for Learning and the Dangers of Choosing Just One. Educational Researcher, *27*(2), 4-13.

Sfard, A. (2008). *Thinking as Communicating: Human Development, the Growth of Discourses, and Mathematizing*. Cambridge University Press.

Sfard, A., & Kieran, C. (2001). Cognition as Communication: Rethinking Learning-by-Talking Through Multi-Faceted Analysis of Students' Mathematical Interactions. *Mind, Culture, and Activity*, *8*(1), 42–76.

Sfard, A., & Lavie, I. (2005). Why Cannot Children See as the Same what Grown-Ups Cannot See As Different?—Early Numerical Thinking Revisited. *Cognition and Instruction*, *23*(2), 237–309.

Sfard, A., & Prusak, A. (2005). Telling identities: In Search of an Analytic Tool for Investigating Learning as a Culturally Shaped Activity. *Educational Researcher*, *34*(4), 14–22.

Shani-Zinovich, I., & Zeidner, M. (2009). On Being a Gifted Adolescent: Developmental, Affective, and Social Issues. In *Creativity in Mathematics and the Education of gifted students* (pp. 195–219). JOUR, Sense Publishers Rotterdam, The Netherlands.

Sheffield, L. J. (1994). The Development of Gifted and Talented Mathematics Students and the National Council of Teachers of Mathematics Standards. Diane Publishing.

Sherin, M. (2002). A Balancing Act: Developing a Discourse Community in a Mathematics Classroom. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *5*(3), 205–233.

Silverman, D. (2013). *Doing Qualitative Research: A Practical Handbook.* Sage Publications Limited.

Singer, F. M., Sheffield, L. J., Freiman, V., & Brandl, M. (2016). Research On and Activities For Mathematically Gifted Students. In *Research On and Activities For Mathematically Gifted Students* (pp. 1–41). Springer.

Sternberg, R. J., & Wagner, R. K. (1993). The g-ocentric View of Intelligence and Job Performance is Wrong. *Current Directions in Psychological Science*, *2*(1), 1–5.

Strauss, A., & Corbin, J. M. (1990). *Basics of Qualitative Research: Grounded Theory Procedures and Techniques.* Sage Publications, Inc.

Terman, L. M. (1954). The Discovery and Encouragement of Exceptional Talent. *American Psychologist*, *9*(6), 221.

Terman, L. M. (1981). Mental and Physical Traits of a Thousand Gifted Children (Vol. 1). Stanford University Press.

Torrance, E. P. (1974). Torrance Tests of Creative Thinking. GEN, Bensenville, IL: Scholastic Testing Service.

Von Stumm, S., Hell, B., & Chamorro-Premuzic, T. (2011). The Hungry Mind Intellectual Curiosity is The Third Pillar of Academic Performance. *Perspectives on Psychological Science*, *6*(6), 574–588.

Vygotsky, L. S. (1962). Language and Thought. *Massachusetts Institute of Technology Press, Ontario, Canada*.

Wenger, E. (1998). *Communities of Practice: Learning, Meaning, and Identity*. Cambridge university press.

Wenger, E. (2011). Communities of Practice: A Brief Introduction. http://hdl.handle.net/1794/11736.

Wertsch, J. V, & Del Rio, P. (1995). *Sociocultural Studies of Mind*. Cambridge University Press.

Wieschenberg, A. A. (1990). The Birth of the Eotvos Competition. The College Mathematics Journal, 21(4), 286-293.

Wittgenstein, L. (2010). Philosophical investigations. John Wiley & Sons.

Wortham, S. (2004). The Interdependence of Social Identification and Learning, *41*(3), 715–750.

Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Sociomathematical Norms, Argumentation, and Autonomy in Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(4), 458–477.

Yamakawa, Y., Forman, E., & Ansell, E. (2009). Role of Positioning: The Role of Positioning in Constructing an Identity in a Third Grade Mathematics Classroom. *In Investigating Classroom Interaction: Methodologies in Action*, 179–202.

Yin, R. K. (2003). Case Study Research Design and Methods Third Edition. Applied Social Research Methods Series, Sage Publications Inc.

Zhang, Y. (2008). Classroom Discourse and Student Learning. *Asian Social Science*, *4*(9), P80.

נספח א׳ – פרוטוקול ראיון זהות לתלמידי המחנה

1. ספרי לי על עצמך.
2. מהי בשבילך מתמטיקה?
3. ספרי לי על סיטואציה בה התמודדת עם אתגר מתמטי.

מתי זה קרה?

כיצד הרגשת?

4. אם הייתי שואלת את ההורים שלך איזו תלמידה את מה הם היו אומרים לי?
5. אם הייתי שואלת את המורים שלך איזו תלמידה את מה הם היו אומרים לי?
6. מה היו אומרים חברים שלך?
7. ספרי לי על החוויה הראשונה שאת זוכרת בהקשר למתמטיקה או חשבון.
8. ספרי לי על לימודי המתמטיקה בבית הספר שלך.
9. האם השתתפת בתוכניות חוץ בית ספריות במתמטיקה?

אם כן, אילו תוכניות?

באיזה גיל?

10. מי הפנה אותך/איך הגעת אליהן?

מה למדת?

איך הרגשת בהן?

11. מה לדעתך השוני בין תוכניות אלו למתמטיקה הנלמדת בבית הספר?
12. מה את יודעת על מחנה תומבה?
13. ממי שמעת עליו?
14. מי את חושבת שמשתתף בו? עד כמה נראה לך שתהיי דומה לרב המשתתפים בו?
15. יש תלמידים שמתאימים לתוכנית זו ואינם מגיעים אליה. מהן לדעתך סיבותיהם?
16. האם יש לך כבר תוכניות לגבי מה תרצי לעשות לאחר סיום ביה״ס (או ״כשתהיי גדולה״)? אם כן, מהן?
17. באיזו מידה את חושבת שלמתמטיקה יהיה מקום בחייך בעתיד?
18. האם את מכירה מישהי/ו שמשתתף/ה במחנה הזה או שמתכוון להגיע אליו השנה?

אם כן, מה שמעת ממנו/ממנה על המחנה?

נספח ב׳ – פרוטוקול ראיון עם סגל התוכנית

- ממתי את שותפה במיזם תומבה? האם השתתפת במיזמים נוספים לנוער במתמטיקה?
- מה שירת המחנה לדעתך?
- האם את כתלמידת תיכון השתתפת במחנה מעין זה?
- מדוע?
- מדוע החלטת להשתתף בו כמדריך/ה/ מרצה ?
- עבור איזה סוג תלמידים תומבה מיועד, לדעתך?
- מהן ציפיותייך מתלמידים המגיעים למחנה זה?
- מי ממשתפי המחנה זכורים לך לטובה?
- מדוע?
- ספרי לי על דרכי ההוראה שלך בתומבה. כיצד את לרב פותחת שיעור? אילו בעיות את בוחרת להביא לתלמידים? מדוע?
- מה את עושה כאשר תלמידים מתקשים עם בעיה מסוימת?
- מה את עושה עם תלמידים נראים משועממים מבעיה מסוימת (או שהיא הייתה קלה להם מדי)?
- באיזה אופן את חושבת שהכי נכון ללמד מתמטיקה לתלמידים המגיעים למחנה תומבה?
- האם זה האופן שבו גם את למדת? במה הוא דומה או שונה?
- עם אילו מסרים/חוויות/זיכרונות חשוב לך שתלמידייך בתומבה ייצאו מהמחנה?
- מה את חושבת שיקרה עם התלמידים שלך בתומבה בעתיד? איזה מסלול אקדמי את צופה להם?
- האם את חושבת שלמחנה תומבה יהיה תפקיד בעיצוב העתיד של התלמידים שלך? מדוע?
- האם יש לך רעיונות כלשהם לשיפור המחנה? האם הוא עובד, לדעתך, בצורה האופטימלית כיום?

נספח ג' – פרוטוקול ראיון עם מדריכות חברתיות במחנה תומבה

1. כמה שנים את מדריכה חברתית במחנה תומבה?
2. מדוע בחרת בתפקיד זה?
3. האם יש לך ניסיון בתחום ההדרכה החברתית במחנות נוספים?
   אם כן, מהו?
   האם את רואה הבדל מבחינה חברתית בין המחנות השונים?
4. מהו תפקידך? כיצד את רואה אותו?
5. באיזה דילמות נתקלת במהלך התפקיד?
6. האם תוכלי לתאר סיטואציה שגרתית במהלך הפעילויות החברתיות במחנה וסיטואציה לא שגרתית. כיצד פעלת בהן?
7. האם היית משנה משהו בפעילויות החברתיות במחנה?
8. כיצד את בוחרת את הפעילויות החברתיות במחנה?
9. האם לדעתך התלמידים מרוצים מהם?
10. מהו לדעתך מחנה מוצלח מבחינה חברתית?
11. כמה הלימוד במחנה בא לידי ביטוי במהלך הפעילויות החברתיות במחנה?
12. האם לדעתך יש סלנג שמתפתח במהלך המחנה?

נספח ד' – טופס הסכמה להשתתף במחקר במחנה תומבה - תלמידים

אני הח"מ ___________________ [שם פרטי + משפחה], ___________________ [תעודת זהות], המתגורר ב ________________________________ [כתובת], מצהיר/ה בזה כי אני מסכים/ה להשתתף במחקר במהלך מחנה תומבה.

אני מצהיר בזאת כי הוסבר לי כי שירת המחקר הינה להבין היבטים חברתיים ולימודיים במחנה תומבה. במסגרת המחקר יוסרטו חלקים מהמחנה, ייתכן ואתבקש להתראיין.

אני מצהיר/ה כי ניתנה לי האפשרות לשקול את המידע לעיל לגבי המחקר, לשאול שאלות לגביו, ולקבל עבורן תשובות לשביעות רצוני.

ידוע לי שהשתתפותי במחקר הינה בהתנדבות, ושאני חופשי/ה לבחור שלא להשתתף במחקר ואני חופשי/ה להפסיק בכל עת את השתתפותי בניסוי מבלי לספק סיבה ומבלי שזכויותיי ייפגעו.

מובטחת לי סודיות באשר לזהותי האישית ובאשר לעמדות שאביע בפרסומים מדעיים שיתבססו על מחקר זה.

ידוע לי כי המחקר נערך על ידי מדריכה הס-גרין מהמחלקה לחינוך למדע וטכנולוגיה בטכניון ואני רשאי/ת לפנות אליה בשאלות הנוגעות למחקר באמצעות דוא"ל rachely.hg@gmail.com או טלפון

אני מצהיר/ה בזה כי את הסכמתי נתתי מרצוני החופשי וכי הבנתי את כל האמור לעיל.

____________________	____________________	
שם המשתתף/ת	חתימת המשתתף/ת	תאריך

נספח ה' – כתב הסכמה - הורי התלמידים

לכבוד

מדריכה הס-גרין, דוקטורנטית במחלקה לחינוך למדע וטכנולוגיה, הטכניון

א"נ/ג"נ

<u>הנדון: **הסכמה לאיסוף נתונים מזוהים**</u>

הואיל ואת עורכת מחקר (להלן "המחקר") בנושא היבטים לימודיים וחברתיים במחנה תומבה, והואיל וביקשת את הסכמתי לכך שתאספי במסגרת המחקר נתונים מזוהים (להלן "הנתונים") אודות בני/בתי ____________________(שם הבן/הבת), לפיכך הריני מצהיר/ה כי:

א. הבנתי את מהלך המחקר ואת הנושאים והסוגיות שייבדקו במסגרתו;
ב. מסרת והסברת לי את כל הפעולות ותוכנן שילדי ישתתף בהן במסגרת מחקר זה;
ג. ציינת בפניי את המועד שבו יושמט לצמיתות הזיהוי מהנתונים שייאספו;
ד. תיארת בפניי את כל האמצעים שתנקטי כדי להבטיח את סודיות הנתונים המזוהים עד אשר יושמט זיהויים.

לאחר שהבנתי את כל האמור לעיל, הריני מסכים לאיסוף הנתונים הנ"ל על ידך.

ולראיה באתי על החתום:

__________	__________	__________
תאריך	שם האב/האם	חתימה

נספח ו' – טקסים

תכתוב טקס פתיחה 2014

שורה	דובר	מה נאמר
1	מרצה	ברוכים הבאים לתומבה לי קוראים ... ואני אחד מהמארגנים של המחנה ביחד עם דוקטור ... שאתם מכירים ופרופסור .., שלא נמצא פה ופרופסור ... שתראו אותו עוד בהמשך.
2	מרצה	אז תומבה זה המחנה היחיד בארץ במתמטיקה. הוא אחד המחנות הבודדים בעולם שיש במתמטיקה. אתם המחזור השביעי של תומבה ויש לנו כבר בוגרים של תומבה בהרבה מקומות, באוניברסיטאות, לומדים תואר ראשון, תואר שני, בצבא, בכל מני יחידות מיוחדות בצבא, וכמובן גם עדיין בבתי ספר כאלה שבשנים האחרונות, הייתה לא מזמן אולימפיאדה למתמטיקה. יש פה מישהו שקשור לאולימפיאדה?
3	תלמידים	"אנחנו קשורים" ,"אני השתתפתי" "גם אני השתתפתי"
4	מרצה	איזה אולימפיאדה?... מה השתתפת? בנבחרת?
5	תלמיד[73]	לא...אני גם
6	מרצה	אז יש לנו שלושה, ואתה?
7	תלמיד	אני גם הייתי במבחנים של השלב השני ולא עברתי
8	מרצה	ואתה?
9	תלמיד	אני בנבחרת הצעירה בכתות ט'
10	מרצה	יפה מאוד, ואתה?
11	תלמיד	אני בנבחרת הבוגרת.
12	מרצה	אה. יפה. של האולימפיאדה?
13	תלמיד	כן
14	מרצה	השתתפת בתחרות, באיפה זה היה בחוץ לארץ?
15	תלמיד	לא
16	מרצה	ברומא?
17	תלמיד	לא, זה היה בטהרן, לא הייתי, השתתפתי באולימפיאדות בישראל
18	מרצה	אהה אוקי, בסדר, מצוין.
19		יש לנו בוגרים של תומבה שהשתתפו באולימפיאדה בדרום אפריקה? מה השמות שלהם?
20	תלמיד	שניים מתוכם היו במחנה.. .[74].. כן. וגם ...היה המחליף"
21	מרצה	..., גם היה עכשיו תחרות אולימפיאדה של תואר ראשון לסטודנטים לתואר ראשון, כי הוא כבר לומד, בחור צעיר שלומד תואר ראשון
22	מרצה	והם יצאו מקום ראשון בעולם, פעם ראשונה שישראל זוכה מקום ראשון בעולם. אז אתם עכשיו נכנסים למשפחה של תומבה ואתם בחברה טובה.

[73] הדובר תלמיד, זה אינו אותו תלמיד כל פעם, היות ובהרצאת הפתיחה היו תלמידים רבים, והמצלמה לא היתה מכוונת אליהם אלא למרצה, לא יכלתי לזהות את התלמידים השונים. כמו כן, מטרת תכתוב הטקסים היא על מנת לבחון את שיח הצוות ולא נעשה שימוש בדברי התלמידים בטקס.

[74] הושמטו שמות פרטיים של זוכים באולימפיאדות שדובר עליהם.

23	מרצה	סיפרתי, דיברנו על מחנות אחרים, יש מחנה באוניברסיטת אוהיו בארצות הברית, מחנה מתורת המספרים, גם המחנה שלנו תומבה, זה מחנה בתורת המספרים. חלק מהרעיונות, חלק מהדברים אנחנו לקחנו משם מהמחנה באוהיו, שהוא כבר קיים יותר מ-40 שנה, פה זה המחנה שלנו, ביחס לזה הוא חדש יחסית, מה ששונה מהמחנה באוהיו, מה שאנחנו הוספנו למחנה פה, זה את הנושא של הצפנת RSA, אז חלק מכם בטח שמע על הצפנת RSA, זו דרך להעביר מידע בצורה מאובטחת ממקום אחד למקום שני, אם זה בכרטיסי אשראי, אם זה בעסקאות כלכליות, ואם כמובן בנושאים של צבא, של להעביר מידע ממקום למקום בצורה מאובטחת.
24	מרצה	אז זה מה שאנחנו נעשה במחנה. אז המחנה משלב בין מתמטיקה שזה תורת המספרים, לבין מדעי המחשב שזה הצפנה של RSA.
25	מרצה	עוד דבר שהמחנה משלב זה בין דברים ישנים לדברים חדשים, אתם תלמדו במחנה על אלגוריתם של אוקלידס, אוקלידס זה מתמטיקאי יווני שחי לפני יותר מ-2000 שנה ומצד שני, כמו שאמרנו את הצפנת RSA. RSA זה שלוש האותיות R זה בשביל ריבס, בן אדם בשם ריבס, S זה שמיר, עדי שמיר, מתמטיקאי או יותר נכון איש מדעי המחשב ישראלי, עדי שמיר שנמצא במכון וויצמן וA זה בשביל אדלמן, שני אמריקאים ואחד ישראלי, הם פיתחו את הצפנת RSA ב-1977. אז אם אתם חושבים על אוקלידס, 2000 שנה, אז זה מרצהו מאוד חדש.
26	מרצה	אז יש לנו דברים מאוד ישנים ודברים מאוד חדשים, אם מדברים על דברים חדשים, אז העולם של המתמטיקה ובמיוחד העולם של תורת המספרים הוא סוער בשנה האחרונה, יש סערה בשנה האחרונה. אתם אולי מכירים את הנושא של תאומים ראשוניים, תאומים ראשוניים זה שני מספרים ראשוניים שההפרש ביניהם הפרש 2. כמו 17 ו- 19, 5 ו- 7, 11ו- 13. ויש השערה שאומרת שיש אינסוף זוגות כאלה, יש אינסוף זוגות שאנחנו מכירים כמה, אמרתם כמה, אבל חוץ מהכמה הזה יש עוד אינסוף, אף אחד היום לא יודע לפתור את ההשערה הזאת, אבל לפני בערך שנה הצליחו להוכיח שיש מרחק בין מספרים ראשוניים, שיש אינסוף זוגות של מספריים ראשוניים עם מרחק קבוע או מרחק קטן ממרחק מסוים שזה היה תוצאה שאף אחד לא חשב שיצליחו להגיע אליה, והגיעו אליה לפני שנה. ובינתיים פיתחו את התוצאה הזאת והמספר האחרון שהסתכלתי היום זה 264, זה אומר שיש אינסוף זוגות של מספרים ראשוניים, שההפרש ביניהם קטן מ-264.
27	מרצה	אמרנו זוגות של תאומים, ההפרש 2, לא יודעים להוכיח, יודעים שיש אינסוף זוגות של מספרים ראשוניים שההפרש ביניהם קטן מ-264.
28	מרצה	וזה משהו שהוכיחו רק בפברואר, זאת אומרת לפני בערך שישה חודשים, אז תורת המספרים, כמו שאמרנו זה נושא מצד אחד מאוד ישן, מצד שני, זה נושא שהיום בכל העולם אנשים עובדים ומתעניינים בדבר הזה וכמובן הקשר למדעי המחשב.
29	מרצה	אז איך לומדים במחנה, מה עושים במחנה, אולי קצת שמעתם, אתם תקבלו גיליונות תרגילים ואתם.. קודם כל אתם תשובצו, אולי כבר שובצתם ל.. כבר שובצו? לקבוצות של חמישה בכל קבוצה ולכל קבוצה יש מדריכה, אז אתם אולי מכירים, את [מדריכה] אתם כבר מכירים, היא אחת מהמדריכות, ו...[מדריכה] שם בסוף, עוד מדריכה, ו[מדריכה] עם המצלמה, עוד מדריכה, ומדריכה י, אלה מדריכות שידריכו אתכם בנושא של התרגילים.
30	מרצה	ו[המדריך החברתי] אני חושב שכבר הכרתם נכון?
31	מרצה	הם הכירו אותך? "הם הכירו אותי, כן, כמעט כולם" הוא המדריך החברתי והוא יעשה לכם הרבה פעילויות.

32	מרצה	אוקי אז אתם תקבלו גיליונות תרגילים, הגיליונות הם לעבודה עצמית, בגיליונות, דרך הגיליונות אתם תלמדו את הנושא של תורת המספרים ושל ההצפנה שתהיה רק בשבוע הבא. בגיליונות האלה יש תרגילים קלים, יש תרגילים בינוניים ויש תרגילים קשים. אז כמו שאמרנו שבעה מחזורים, אתם המחזור השביעי ואף אחד עד היום לא הצליח לפתור את כל התרגילים, כולל נווה טוף שהוא אלוף העולם, אף אחד לא הצליח, אז גם סביר להניח שגם אתם לא תצליחו לפתור את כל התרגילים.
33	מרצה	אתם הצלחתם? לא גם אנחנו, שאלה מצוינת, גם אני לא הצלחתי לפתור את כל התרגילים, אני לא מכיר מישהו שהצליח לפתור את כל התרגילים.
34	רכז המחנה	אולי מי שהכין אותם
35	מרצה	מי שהכין אותם לקח אותם מאיזשהו מקום ולא בהכרח היה לו את הפתרון מהמקום שהוא לקח את זה.
36	מרצה	בטוח שאם היה מספיק זמן כולם היו מצליחים.
37	מרצה	בכל אופן, מה שאני רוצה להגיד, הנקודה היא שלא רק את התרגילים הקשים לא מצליחים אלא לפעמים לא מצליחים גם תרגילים קלים או תרגילים בינוניים ואין בזה שום בעיה ואין בזה שום דבר רע, זה בעצם השירה של המחנה, שלא תצליחו הכל והכל יהיה פשוט ומחר תוכלו ללכת הביתה, אלא שתלמדו משהו, אז אין לכם מה להיבהל אם אתם לא מצליחים איזשהו תרגיל, אפילו אם זה תרגיל קל, או תרגיל בינוני, בשביל זה יש פה את המדריכות והמדריכה שלכם, אתם יכולים ללכת, לקבל איזה רמז, לקבל עזרה, או אם זאת בעיה של יותר מבן אדם אחד אתם יכולים גם לדון בבעיה, להתייעץ עם תלמידים אחרים ולהתקדם ככה.
38	מרצה	אז מה שאני רוצה להגיד לכם, אל תלחצו, אל תיבהלו, אפילו תרגיל אחד, תרגיל שני, שאתם לא מצליחים זה לא נורא, העיקר זה להתקדם ללמוד ולהמשיך הלאה.
39	מרצה	ביום האחרון של המחנה תהיה תחרות בין הקבוצות, תחרות הצפנה ופיענוח.
40	מרצה	אז זהו אני אסיים עם שורה מתוך השיר של אהוד בנאי
41	מרצה	יוצא לאור, שאומר "השביל הזה מתחיל כאן, לא סלול ולא תמיד מסומן "זה השביל שלכם, ההרפתקה שלכם ,ההרפתקה המתמטית מתחילה פה ואני מאחל לכם בהצלחה .

תכתוב טקס הסיום 2014

הרצאת חבר סגל מהפקולטה למתמטיקה

שורה	מה נאמר
1	אני רוצה להודות..(שמות של משתתפים) אני רוצה להזכיר שחלק מהכסף לפעילויות ובפרט למחנה שמתקיים פה בא מתרומות של חברי סגל שמשתמשים לצורך כך.
2	בתקציבים שהם מקבלים לצורך הפעילות המחקרית שלהם זה גם כן סימן לקשר שאנחנו רואים בין הפעילויות לנוער לבין ההשקעה העתידית בפעילויות המחקר וההוראה שלכם.
3	גם החולצה הזו שאני לובש היא נמצאת ברשותי בזכות תרומה מהסוג הזה ואני גאה ללבוש אותה.
4	המחנה הזה מחנה תומבה הוא ספינת הדגל של פעילויות הנוער בפקולטה.
5	הוא התחיל כמו שיוסי אמר לפני כמה שנים ביוזמתו של פרופ׳ ג׳יק סון ומתנהל בעקביות במשך השנים ואנחנו בהחלט מרוצים מהצורה שבה הוא מתקיים.
6	המחנה הזה כמובן חושף את המשתתפים בו לנושאים בחזית המחקר במתמטיקה בעיקר בתורת המספרים שזה הנושא העיקרי של המחנה.
7	מעבר לזה גם להביא את בני הנוער המתענייינים, להכיר זה את זה ולפתח יחסים חברתיים. הדעה בציבור הכללי היא שמתמטיקה היא דבר שצריך וראוי לשנוא אותו, ולקטר עליו, אבל יש מעטים מובחרים שרואים את המתמטיקה כמו שהיא עם היופי העצום שטמון בה, וחשוב שהחברה האלה ידעו שהם לא לבד, שהם יכולים לחלוק את החוויות האלה.
8	אני יכול להגיד מניסיוני האישי הרחוק שכאשר הייתי בגיל הזה השתתפתי במחנה לנוער שוחר מדע במכון וייצמן.
9	הקונספט היה קצת שונה היה לא רק במתמטיקה, היו קבוצות בתחומי מדע שונים, ואני זוכר את המחנה הזה גם בזכות הידע המתמטי שנחשפתי אליו וצברתי באותה תקופה אבל בעיקר בגלל האספקט החברתי שבו.
10	אני זוכר שכשבאתי מבית ספר שבו בשפה של היום הייתי החנון, ולא היה לי עם מי לחלוק את ההתעניינות שלי למתמטיקה.
11	ופתאום ראיתי שיש קבוצה נכבדה של אנשים כמוני עם התענינויות דומות, זה היה בשבילי חוויה מאוד משמעותית ואנחנו שמרנו על קשר.
12	אותה קבוצה של אנשים שהשתתפו ויש לי עד היום חברים אישיים מאותו מחנה לפני למעלה מארבעים שנה.
13	אז אני מקווה שגם אתם המשתתפים של המחנה הנוכחי תצאו מפה עם חוויה דומה ושתשמרו על קשר ביניכם ואתנו ושנזכה לראות חלק מכם לפחות כסטודנטים והלאה כחוקרים אצלנו בפקולטה.

שורה	דוברת	מה נאמר
14	מדריכה	תודה רבה, אם אני יכולה להוסיף אני פה מדריכה כבר שלוש שנים והחניכים מהשנים הקודמות שומרים על הקשר אחד עם השני, וטוב להם ביחד.
15	מדריכה	אתם יודעים בטח שאנשים מוכשרים הם לא מוכשרים רק בתחום אחד, אז אני רוצה להזמין את (תלמיד) לקטע מוזיקאלי.
16	מדריכה	תודה רבה ל.. (התלמיד שניגן), אני רוצה להזמין את פרופסור (שם של הפרופסור).. לשאת דברים.
17	מרצה[75]	תודה רבה, גאוס, כולם שמעו את השם של גאוס, גאוס אמר שמתמטיקה היא מלכת המדעים ועוד הוא אמר שתורת המספרים היא המלכה של המתמטיקה, אז לא פלא שהמחנה בנושא של תורת המספרים.
18	מרצה	המתמטיקאי הרדי, שהיה אחד המובילים בתורת המספרים, הוא טען שהמתמטיקה העיונית היא מוצדקת לשמה, הוא היה גאה בזה שבשנים האשונות שלתורת המספרים לא היה שום שימוש. זה היה לפני שמצאו שימושים לשיטה.
19	מרצה	הוא גם היה דוגל בתורת המספרים לשמה, אם יהיו שימושים, לא נורא.
20	הקהל	(צוחק)
21	מרצה	מחנה תומבה הוא מחנה לתלמידי תיכון מוכשרים במיוחד, הפעילות החברתית היא מאוד חשובה, התוכן של המחנה הוא חצי קורס ברמה אוניברסיטאית, שזה מרשים שהתלמידים עושים זאת בשבועיים. למה בחרנו בתורת המספרים? הרבה בעיות במתמטיקה אי אפשר להסביר לפני שנה של לימוד. הבעיות בתורת המספרים הן בעיות שניתן להסביר בקלות, הן בעיות מאוד אלמנטריות, אך מאוד קשה לפתור.
22	מרצה	אנו רוצים לעורר השראה בתלמידים ללמוד מתמטיקה בטכניון. אני אתן דוגמא קטנה להורים. זוגות של ראשוניים תאומים. ראשוניים שההפרש ביניהם הוא שתיים.
23	מרצה	כולם יודעים שיש אינסוף מספרים טבעיים, מספרים טבעיים אלו מספרים שלמים וחיוביים. מספרים ראשוניים הם מספרים שמתחלקים רק בשני מספרים, 2,3...
24	הקהל	(ממשיך את הסדרה)
25	מרצה	אז השאלה הייתה האם יש אינסוף זוגות כאלה של ראשוניים שהפרש ביניהם הוא 2. זו שאלה קשה שאין לה עדיין פתרון וחלה התקדמות בניסיון להוכחה.
26	מרצה	אני רוצה להודות לכל אלה שלוקחים חלק בניהול וארגון המחנה אני רוצה לגיד תודה לתלמידים, כמו שנאמר אין הרבה ילדים כמוכם. תודה למדריכות גם. (מחלקים שי הוקרה למדריכים, הקהל מוחה כפיים)
27	מדריכה	נעבור לעוד אתנחתא מוזיקלית של החניך..
28	קהל	(מוחה כפיים)

[75] איש סגל מהפקולטה למתמטיקה.

29	מרצה	אני רוצה לא להאריך בדברים, אני רוצה דבר עלינו, אנחנו מלמדים כאן, כל הזמן יש כאן רחש , יש הרבה סטודנטים שעושים רעש, עד שמגיע יולי, ויש זמן לעבוד על המחקר, ואז יש אויר אחרי שנה כזאת, ואז מהשקט מגיע רעש כזה, אבל זה רעש אחר, וזה ממש לא אכפת לנו, וזה עונה לנו עם השאלה האם זה שווה. הרעש הזה הוא שלכם, לראות אתכם מסתובבים עם התלהבות, ולא סתם, אנשים מלאי חיים. וכמו שתמי אמרה, הדבר הזה נותן לנו את התשובה שכן שווה כל העסק, כי יכול להיות שאנחנו מלמדים אתכם אבל אנחנו צריכים ואיך עושים אבל אנחנו צריכים לבנות את זה גם מלמטה ואין לזה טעם אם אין לזה המשכיות אם אין לזה פירות שבאים מלמטה.
30	מרצה	זה נותן לנו המון כח, אז אני מאחל לכם שהסקרנות הזה, לחשוב על כל דבר, למה זה ככה, לא לקבל את הדברים כמובנים ואליהם, הדבר הזה הוא חשוב. תומבה היה לאורך 8 שנים האחרונות, השנה זו השנה השמינית
31	מרצה	חלק מההצלחה והכיף מתמטיקה לשמוע איזשהו משהו שיש לו צליל של נוסחה ולהגיד בהתחלה לא נכון, אז אתם צריכים להגיד, לא נכון, אמרתי שתומבה התקיימה לאורך 8 שנים האחרונות ולכן עכשיו צריכה להיות השנה התשיעית, אבל הייתה הפסקה באמצע לשנה אחת.
32	יוסי :	נקודה סליקה
33	הקהל	(צוחק)
34	מרצה	יש לתומבה הצלחה כבירה, יש הרבה סטודנטים באוניברסיטאות בתואר ראשון. יש לפחות 2 סטודנטים בוגרים של תומבה שעושים דוקטורט במתמטיקה. קוריוז קטן, אחד מהם באוניברסיטת ייל, שם על הסמליל של האוניברסיטה ייל הוא אורים ותומים. דבר אחרון שאני רוצה להגיד שכל שנה נבחנים אנשים לתומבה, ובזמן שאת ישבתם ונהניתם ולמדתם התבשרנו לתרומה מתורמים גדולים ייעודית לתומבה, שמבטיחה לפחות את הקיום של תומבה עד שאתם תהיו גדולים. וגם שכל אחד פונה לטכניון ומבקש תרומה לפקולטה שלו, תומבה הייתה המטרה הראשונה של הפקולטה למתמטיקה.
35	מרצה	אני רוצה להודות לכל המדריכים, ואני רוצה לברך [שמות של חברי סגל בפקולטה למתמטיקה].. חברי סגל שעובדים מאחורי הקלעים ואת יוזם המחנה. הוא עושה עבודת קודש. אני מאחל לכם שיהיה לכם הרבה הצלחה, ואנחנו מחכים לכם שתבואו לכאן, ותהינו מהקיץ.

נספח ז' – קטגוריזציה של הערכים

הקטגוריות של הערכים המוצהרים והסמויים נלקחו משיח הצוות במובנו הרחב, בחומרי הפרסום, בטקסים, בשיעורים ובישיבות הצוות.

השתתפות בקהילה מתמטית
״אתם עכשיו נכנסים למשפחה של תומבה ואתם בחברה טובה [טקס פתיחה, 22]״.
מעבר לזה גם להביא את בני הנוער המתעניינים, להכיר זה את זה ולפתח יחסים חברתיים. הדעה בציבור הכללי היא שמתמטיקה היא דבר שצריך וראוי לשנוא אותו, ולקטר עליו, ... וחשוב שהחברה האלה ידעו שהם לא לבד, שהם יכולים לחלוק את החוויות האלה [טקס סיום, שורה 7]״.
אני יכול להגיד מניסיוני האישי הרחוק ... ואני זוכר את המחנה הזה גם בזכות הידע המתמטי שנחשפתי אליו וצברתי באותה תקופה אבל בעיקר בגלל האספקט החברתי שבו אני זוכר שכשבאתי מבית ספר שבו בשפה של היום הייתי החנון, ולא היה לי עם מי לחלוק את ההתעניינות שלי למתמטיקה ופתאום ראיתי שיש קבוצה נכבדה של אנשים כמוני עם התעניינויות שדומות, זה היה בשבילי חוויה מאוד משמעותית ואנחנו שמרנו על קשר אותה קבוצה של אנשים שהשתתפו ויש לי עד היום חברים אישיים מאותו מחנה לפני למעלה מארבעים שנה אז אני מקווה שגם אתם המשתתפים של המחנה הנוכחי תצאו מפה עם חוויה דומה ושתשמרו על קשר ביניכם [טקס סיום]
הפעלוית החברתית היא מאוד חשובה (ראיון עם איש סגל)
אני פה מדריכה כבר שלוש שנים והחניכים מהשנים הקודמות שומרים על הקשר אחד עם השני, וטוב להם ביחד. [טקס סיום]
רכז המחנה: (תלמיד שהיה פעם במחנה, שזכה בהרבה אולימפיאדות) אולי פגש פה חברים, זה לא פחות חשוב לראות שהם לא לגמרי מוזרים בעולם איש סגל מהפקולטה למתמטיקה: כן, הילדים האלה הם הרבה פעמים לבד [W1D5Z, 14]
תמי: החברים משנה שעברה הם בקשר מאוד טוב הם גם בקשר איתי עדיין [w1d4Z, 14]
והחלק החברתי בינונו חשוב תמיד (שיחה עם איש סגל, 15)
וגם המשחקים, עם הפתקים, משחקים צריכים להיות אחרי הצהרים זה ממש הפריע המשחקים היום משחקים לא יהיו מהבוקר וצריך להיות להם ברור שלא משחקים בזמן השיעור [W2D3Z, 13]
כאן זה לאו דווקא כמו אוניברסיטה, יש לו (לתלמיד) חברים לומדים כמה דברים יש חוויות, יש חברתי שהוא לא פחות חשוב, אז חוץ מזה החוויות האלה, דווקא פה ודווקא באזור הזה, ודווקא בתחום הזה, גורמות להם אחכ׳ נוסטלגיה בהמשך, זאת אומרת אם משהו אחכ׳ באיזה שלב מתקדם, יכול לחזור לכאן רק בגלל שהוא היה כאן בן 15, נותן חוויה שהיא מה זה בלתי נשכחת, (ראיון עם אחראי המחנה)
ושנזכה לראות חלק מכם לפחות כסטודנטים והלאה כחוקרים אצלנו בפקולטה [טקס סיום].
ואין לזה (למתמטיקה שאנחנו עושים כחוקרים) טעם אם אין לזה המשכיות אם אין לזה פירות שבאים מלמטה (שתלמידים ממשיכים ולומדים אחר כך).
יש לתומבה הצלחה כבירה, יש הרבה סטודנטים באוניברסיטאות בתואר ראשון. יש לפחות שני סטודנטים בוגרים של תומבה שעושים דוקטורט במתמטיקה [טקס סיום]
אתם דור ההמשך שלנו, ולראות אתכם זה שווה.. אנו רוצים לעורר השראה בתלמידים ללמוד מתמטיקה בטכניון ואנחנו מחכים לכם שתבואו לכאן

התמודדות עם קושי
ואף אחד עד היום לא הצליח לפתור את כל התרגילים, כולל נווה טוף שהוא אלוף העולם, אף אחד לא הצליח, אז גם סביר להניח שגם אתם לא תצליחו לפתור את כל התרגילים [טקס פתיחה]
הנקודה היא שלא רק את התרגילים הקשים לא מצליחים אלא לפעמים לא מצליחים גם תרגילים קלים או תרגילים בינוניים ואין בזה שום בעייה ואין בזה שום דבר רע, זה בעצם המטרה של המחנה, שלא תצליחו הכל והכל יהיה פשוט ומחר תוכלו ללכת הביתה, אלא שתלמדו משהו, אז אין לכם מה להבהל אם אתם לא מצליחים איזשהו תרגיל[טקס פתיחה]
אז מה שאני רוצה להגיד לכם, אל תלחצו, אל תבהלו, אפילו תרגיל אחד, תרגיל שני, שאתם לא מצליחים זה לא נורא, העיקר זה להתקדם ללמוד ולהמשיך הלאה [טקס פתיחה].
אתם הצלחתם? לא גם אנחנו, שאלה מצויינת, גם אני לא הצלחתי לפתור את כל התרגילים, אני לא מכיר מישהו שהצליח לפתור את כל התרגילים [טקס פתיחה]
אני אמרתי למירי, את עוברת משבר של סטודנט שנה ראשונה בטכניון [W1D5Z, 14]
כשיצאנו מהכיתה אמיר אמר לי שהוא מרגיש הכי חלש בכיתה, וזה לא כיף להיות הכי חלש במקום שכולם חזקים. לא משנה שאחרים גם לא מבינים מבחינתו הוא הכי חלש [W1D5Z, 14]"
נורא קשה לי עם "אנחנו לא מסוגלים" אנחנו לא יכולים. זה חוזר על עצמו יותר מדי והם אפילו לא מנסים [W2D3Z, 15]
כל השיעור (יואל) חושב על תרגילים ולא הצליח לפתור כלום, אבל הוא היה די בסבבה עם זה, הוא אמר זה גליון קשה אבל אני אתמודד איתו [W2D2Z, 14]
אם אני רואה משהו שהוא לא כזה חזק ויש לו רצון אז אני אקח אותו ואם הוא חזק אבל אין לו רצון אני לא אקח אותו מ: ואיך אתה רואה את זה? אני אגיד לך למשל אני שואל משהו שאלה והוא אומר , לא יודע, אני לא רוצה אחד כזה, כי הוא יבוא למחנה ויתקל בשאלה ויגיד לא יודע, ולא יתמודד, הוא אמר לא יודע בראיון ואמרו לו שזה בסדר, ולא יתמודד, הוא אמר לא יודע בראיון ואמרו לו שזה בסדר, אני לא רוצה משהו שלא מתמודד [ראיון עם רכז המחנה].
יש אנשים שאת רואה, זה כבר הסתכלות, לא מעניין אותו יותר מדי, לא יודע איך רואים (ראיון עם אחראי המחנה)

כתיבה מתמטית
כדאי לכם לכתוב את הפתרונות [w1d5c4A,14]
אני חושבת שהרבה לא יודעים לכתוב זה בגלל שהם לא יודעים לפרמל. [w2d1Z, 15]
"כתיבה מתמטית זה אחד הדברים שחשוב ללמוד פה, מבחינתי המחנה הזה הוא לא רק כדי שתדעו לפתור מתמטיקה אלא גם כדי שתדעו **לכתוב מתמטיקה** [w1d1c3R,13].
"אנחנו נתנסה בכתיבה מתמטית [W1D1C1U, 15]
כאן לא מספיק לפתור תרגילים, חשוב מאוד גם **לכתוב** את הפתרון בצורה ברורה
אני כל פעם אומרת שזה טוב שהם מבנים אבל הרבה ממה שאנחנו לומדים זה **כתיבה** [W1D2Z, 14].
זה חשוב שתכתבו מתמטיקה, תנסו לכתוב את זה טוב [W1D2C4T,15].
ה**מעבר לכתיבה מתמטית מקצועית** זה קשה [w1d2z,15]
יואל: למה את מצפה מאיתנו לכתוב בצורה מסודרת רחל: זה נראה לי אחד הדברים החשובים

רקע מתמטי
אייל, יש לו רקע אקדמי? [W1D2Z,14]
גבי קל לו עם הפורמליזם [W2D1Z,15]
מירי לקחה יותר רגוע, היא נוראה נלחצת, חשוב לה מאוד להבין את הכל, וכל השאר יש להם רקע נורא רציני, למשל ברכה ולירון בבית ספר יש להם מלא שיעורי העשרה הם יודעים מה זה מחלק משותף וכל מיני כאלה [W1D3Z,14]
מירי עולה לי' ,לא אני אומרת הרקע המתמטי שלה הוא...(לא משהו) דיברתי איתה והיא אמרה לי שחסר לה הרקע וההגדרות [W1D3Z,14]
את יודעת, יכול להיות ששוה לקחת את התלמידים שאין להם רקע שמתקשים ולחזור על ההגדרות והמונחים. לעשות את זה על ההקדמה [W1D4Z,14]
מה הם לא מבינים? [W1D2z,13]
הרבה בעיות במתמטיקה אי אפשר להסביר לפני שנה של לימוד. (לעומת זאת) הבעיות בתורת המספרים הן בעיות שניתן להסביר בקלות, הן בעיות מאוד אלמנטריות, אך מאוד קשה לפתור (אותן) [טקס סיום, שורה21]
הוא (עמית) לא הבין בכלל מה זה זרים. שאלתי אותו 'אתה יכול לתת לי דוגמא ל- 2 מספרים זרים?' (הוא נתן דוגמא את המספרים) 2 ו- 3. (ביקשתי ממנו) אתה יכול לתת דוגמה שהמספרים לא ראשוניים? (הוא נתן דוגמא) 3 ו- 4. (ביקשתי ממנו דוגמא) ששניהם לא ראשוניים? (אין תגובה). (אמרתי) 12 אתה יכול לתת לי מספר שזר ל-12? (הוא ענה) אין דבר כזה. אז הוא מסביר לי: "12 מספר זוגי אז כל הזוגיים לא זרים אליו וכל האי זוגיים מתחלקים בשלוש אז אני לא יכול למצוא כזה מספר[W1D3Z,14]
פורמליזם מאוד קשה להם [W1D3Z,15]
צריך לפתור מסודר [W1D3C1U,15]
יש כללים בהוכחה מתמטית[W1D2C1T,14]

כישרון
אבל יש מעטים מובחרים שרואים את המתמטיקה כמו שהיא עם היופי העצום שטמון בה [טקס סיום]
מחנה תומבה הוא מחנה לתלמידי תיכון מוכשרים במיוחד [טקס סיום]
הוא גאון, גאון, גאון [W2D5Z,14]
אביעד הוא מהנבחרת? [W1D2Z,14]
אם אתם טובים במתמטיקה, סליחה, הכי טובים במתמטיקה ...אתם מוזמנים למחנה הקיץ המתמטי היחיד בישראל אשר מתקיים מידי שנה בטכניון [נספח ח]
"יש שני קריטריונים (לכניסה למחנה), יכולת (כישרון מתמטי) ורצון" [ראיון עם איש סגל]
אי אפשר לקדם אנשים משום דבר לשום מקום [ראיון עם רכז המחנה]
הוא ממש חזק [W1D2Z,14]
כשיצאנו מהכיתה אמיר אמר לי שהוא מרגיש הכי חלש בכיתה, וזה לא כיף להיות הכי חלש במקום שכולם חזקים. לא משנה שאחרים גם לא מבינים, מבחינתו הוא הכי חלש [W1D5Z,14]".
רחל:אתה בודק התקדמות או טיב אבסולוטי? רכז המחנה:טיב אבסולוטי, כמו פרופסור XX כך היה ברוסיה וכך גם פה [W2D5Z,13].

תחת הקטגוריה של כישרון אוגדו גם הקטגוריות של עבודה באופן עצמאי ומהירות.

עצמאות בפתרון תרגילים
הגליונות הם לעבודה עצמית [טקס פתיחה]
לא להבהל אם אתם לא מצליחים איזשהו תרגיל, אפילו אם זה תרגיל קל, או תרגיל בינוני, בשביל זה יש פה את המדריכות והמדריכה שלכם, אתם יכולים ללכת, לקבל איזה רמז, לקבל עזרה, או אם זאת בעיה של יותר מבן אדם אחד אתם יכולים גם לדון בבעיה, להתייעץ עם תלמידים אחרים ולהתקדם ככה. [טקס פתיחה, סמוי]
והם נורא התעקשו לעשות לבד[W1D3Z,13]
הוא פתר את זה לבד! [W1D3Z,14],
שאני מביאה רמז בכיתה, הוא פשוט יוצא מהכיתה, עד כדי כך הוא רציני [W1D4Z,14]
אני אתן להם משימה הוא יצליח בלי שאני אבוא ואסביר לו [W1D3Z,15]
לא לתת להם להגיע לבד כי הם לא מגיעים לבד הם מסתבכים [W2D3Z,14]
קשה להם להגיע אל התוצאה לבד, הם כן מבינים, ליוסי לדעתי יש יותר קשה להגיע לתשובה לבד [W2D1Z,14].
אני הבאתי את השאלה לחבורה של מדמחניקים והם הסתכלו ושאלו, נו מה התשובה. ופה הם אל תגלי לנו[W1D4Z,15]
אצלי, XXאמר שיש וולפארם, YY אמר שזה לא בסדר, שלה לא חכמה, שצריך לעשות הכל לבד[W2D4Z,14]
הם כמעט הגיעו לפתרון לבד, ובסוף עשינו ביחד על הלוח [W1D3Z, 15]
בהתחלה אנחנו עושים את ההגדרות ביחד ואז הם מתחילים לעבוד לבד, ואם משהו קשה לו אני נותנת להם למשהו אחר ביחד [W1D3Z, 15]
הם לא מרשים לי לגלות להם [W2D4Z, 14]
אני חושבת שהם לא רגילים לשיטת העבודה הזו- של לפתור תרגילים לבד זה חלק ממה שאנחנו מלמדים פה[W1D3Z, 14]
יש את XX שאם אני לא ניגשת אליו נראה שהוא לא עושה כלום [W1D3Z, 14]

מהירות
הוא סיים את התרגילים לפני כולם [W1D5Z,13]
ברגע שהוא הבין מה זה יחס שקילות אז הוא סיים את כל הגליון [W1D5Z,15]
אצלי הם ישבו על השאלה הזו איזה שעה ומשהו וניסו כל מיני דברים, לא הצליחו תוך חמש דקות צצו מאצלה כמה תלמידים ופתרו את זה[W2D3Z,14]
אמיר אמר לי, ואני קיבלתי בבגרות במתמטיקה מאה בחמש יחידות ופתאום לבא לפה ולא להבין כלום. הם מדברים מהר מדי[W1D4Z,14]
בטוח שאם היה מספיק זמן כולם היו מצליחים (לפתור את כל התרגילים).[טקס פתיחה]
הם פשוט מבינים הרבה יותר מהר [W1D3Z,15]
ביום האחרון של המחנה תהיה תחרות בין הקבוצות, תחרות הצפנה ופיענוח[טקס פתיחה].
שלום עכשיו דיבר איתי ואמר לי שהוא רוצה לעבור אלי חזרה, שאת מהירה לו מדי והוא לא מבין[W1D3Z,15]
לא, הם פשוט מבינים לאט, כשמסבירים להם לאט הם מבינים לאט, עברתי מחברת מחברת ובדקתי שהם מבינים [W1D5Z,15]
יש לי 2 שיותר חזקים, אליעד מתקדם, כל שאלה הוא אומר בואו נעשה את זה באינדוקציה, השני ממש רץ [W1D4Z,14].
הם מאוד עובדים, אין לי אף אחד שמתבטל [W1D1Z,15]
הם תקתקו עניינים ממש מהר [W2D1Z,13]

מתמטיקה לשמה
הם מדברים מתמטיקה בזמן הפנוי [W1D4Z,15].
הם פותרים תרגילים להנאתם בבית [W1D3Z, 14]
הסתימה פעילות ערב, הם הולכים לחדרים וממשיכים לפתור [W1D2Z, 14].
הם לא רצו לסיים את השיעור, גם אצלי הם לא רצו לסיים את השיעור, הם המשיכו את התרגילים לתוך ההפסקת צהריים ודיברו עליהם בארוחה[W1D1Z,15]
התלמידים פה מדברים על מתמטיקה ופיזיקה גם בזמן החופשי (ראיון עם מדריכה חברתית, 13)
כולם שמעו את השם של גאוס, גאוס אמר שמתמטיקה היא מלכת המדעים ועוד הוא אמר שתורת המספרים היא המלכה של המתמטיקה, אז לא פלא שהמחנה בנושא של תורת המספרים [טקס סיום, שורה 17]"
המתמטיקאי הארדי (גודפרי הרולד הארדי[1], 1947-1877), שהיה אחד מהמובילים של תורת המספרים ,טען שהמתמטיקה העיונית היא מוצדקת לשמה. הוא היה גאה בזה שבשנים הראשונות לתורת המספרים לא היה שום שימוש. זה היה לפני שמצאו שימושים לשיטה. הוא גם היה דוגל בתורת המספרים לשמה, אם יהיו שימושים, לא נורא [טקס סיום]
דיברו על מתמטיקה גם בזמן החופשי [W2D1Z,14]"
אתמול היה להם דיון האם מתמטיקה טהורה זה מעניין או לא מעניין, ויהודה אמר מתמטיקה טהורה זה לא מעניין, אז יואל שואל אותו, למה אתה פה? והוא (יהודה) עונה, כי זה יעזור לי ל'חיים, זה מלמד אותי לחשוב ואני שואלת את יואל, 'מעניין אותך מתמטיקה טהורה'? ויואל אומר, 'בטח!' [W1D5Z,14].
אז המחנה משלב בין מתמטיקה שזה תורת המספרים, לבין מדעי המחשב שזה הצפנה של RSA [טקס פתיחה, שורה 24]

נספח ח' – דפי פרסום של המחנה

נספח ט' – נתוני השתתפות בתוכניות העשרה קודמות

בנספח זה מתוארת השתתפות של תלמידים בתוכניות העשרה בנושאים מתמטיים ומדעיים בטרם הגיעו למחנה. נתונים אלו נבנו על סמך ראיונות, ובנוסף על סמך נתונים פנימיים של תומבה שרוכזו בתהליך הקבלה.

שנה	מחוננים[76]	תוכנית בר אילן	קורסים באוניברסיטה	אולימפיאדות	מדעני הנשיא	אלפא	מורים פרטיים
2013	1	1	1	1			
2013			1	1			
2013	1						
2013	1				1		
2013	1		1				
2013	1	1	1	1			1
2013	1			1			
2013	1		1				
2014	1			1			
2014				1			
2014	1						
2014			1				
2014	1		1		1		
2014	1		1				
2014	1						
2014	1			1			
2014	1						
2014	1	1	1	1			
2014	1		1				
2014	1	1					
2015	1	1					
2015	1		1				
2015	1		1			1	
2015	1		1		1		1
2015	1				1		
2015	1		1	1			
2015							
2015	1	1	1				1
2015	1		1				
2015	1						

[76] תכנית המחוננים של משרד החינוך, במסגרתה מאותרים תלמידים במהלך כתה ב' על פי מבחני המחוננות של מכון סאלד. ראה: http://www.szold.org.il/?CategoryID=163&ArticleID=105&sng=1

נספח י – שאלה בשובך יונים

באפיזודה המתוארת בנספח זה מדריכה חדה לתלמידים חידה, והדגישה שהחידה קשה. לאחר יום, יואל, תלמיד במחנה ניגש אצל המדריכה וסיפר למדריכה שפתר את התרגיל, ואף הרחיב את פתרון החידה אל מעבר לשאלת המדריכה.

להתמקדות באפיזודה זו שתי סיבות. האחת, היא הישנות הסיפור במהלך ישיבות הצוות (שלוש התייחסויות שונות לאפיזודה במהלך ישיבות הצוות), שהרי אחד הקריטריונים לסיפור משמעותי הוא החזרתיות שלו (Sfard & Prusak, 2005). הסיבה השנייה נעוצה בעובדה כי כשאמר למדריכה כשפתר את השאלה, המדריכה כלל לא שאלה אותו או בקשה ממנו להציג את פתרונו.

ארצה להתמקד חידה שנשאלה, ובהישנות שלה בישיבות הצוות, בזהות התלמיד שפתר אותה וכן, לנסות להעלות השערות מדוע המדריכה כלל לא בדקה את הפתרון. לאחר שהבחנתי בתדירות בה האפיזודה הוזכרה בישיבות הצוות, ביקשתי מהתלמיד שטען שפתר את השאלה, שיפתור עבורי את השאלה, הפתרון ינותח גם הוא, ולבסוף אסכם את חשיבות האפיזודה ואקשר אותה לערכים של תומבה. תחילת השיעור והצגת החידה מתוארים בטבלה 12.

טבלה 12: תיאור שאלת שובך היונים בפני התלמידים

Table 12: Posing Pigeonhole Principle Question to the Students

דובר	מה נאמר
מדריכה	רוצים חידה? עיקרון שובך היונים מכירים? אממ? מה אומר עיקרון שובך היונים?
שולי	אני מכירה את העיקרון אבל לא יצא לי לעבוד אתו
מדריכה	יש לכם הרבה יונים, ויש לכם שובכים (מציירת על הלוח יונים ושובכים). בסדר, אם יש לכם יותר יונים משובכים, חייב להיות שובך שיש בו לפחות שניים. יפה, עכשיו אני אתן לכם שאלה. זה נראה עיקרון לגמרי מטומטם, עיקרון ממש ממש פשוט. אבל מסתבר שאפשר לבנות לדבר הזה שאלות שהן יחסית מאוד מאוד קשות. למה הן **מאוד קשות**. כי כשאת רואה שאלה את צריכה להחליט בתוך השאלה, למה את קוראת היונים שלך ולמה את קוראת השובכים שלך. ואז את צריכה שיהיה לך יותר יונים משובכים.
מדריכה	השאלה עובדת ככה. יש לנו עד הבחירות יש 50 ימים, המועמד נואם כל יום לפחות נאום בחירות אחד, ובסך הכל לא יותר מ75 נאומים
יואל	כל הנאומים בכל הימים ביחד?
מדריכה	כן
מדריכה	אז צריך להראות שיש רצף של ימים שבהם הוא נואם בדיוק 24 נאומים.
מדריכה	יש לנו מועמד אחד הוא יש לו 50 ימים עד הבחירות כל היום הוא נואם לפחות נאום אחד וצריך להראות שיש רצף של ימים בדיוק 24 נאומים. בעיקרון שובך היונים. תחשבו על זה זה חידה חמודה, **מאוד קשה**.
יואל	את פתרת את זה בעצמך?
מדריכה	ניסיתי, את האמת המון זמן ניסיתי, **בסוף הלכתי לפתרונות**..

במהלך הצגת השאלה, יואל שאל שאלות הבהרה, וכן, שאל את המדריכה שאלה "את פתרת בעצמך?" שאלה זו לא קשורה להבנת השאלה המתמטית אבל קשורה לדרוג השאלה כשאלה קשה, להבנה האם השאלה היא קשה או לא, או יותר מכך, קשורה לזהות המדריכה בעיני התלמיד ולערך של פתרון באופן עצמאי, שנמצא גם הוא במחנה.

למחרת, הגיע יואל למדריכה ואמר לה כי הוא פתר את השאלה, "ו75 (המספר המופע בשאלה) הוא לא חסם הדוק, אלא 97 וב98 מצאתי דוגמא נגדית". המדריכה הופתעה, ותארה זאת בפגישות הצוות (טבלה 13).

טבלה 13: מתוך ישיבת הצוות יום רביעי שבוע ראשון

Table 13: During Staff Meeting Wednesday of First Week

דובר	מה נאמר
תמי	מה רציתי להגיד, אתמול נתתי את השובך יונים, אז יוסי הוא לא רק פתר הוא גם אמר ב75 הוכחתי זה לא חסם הדוק, החסם הוא 97 וב98 מצאתי דוגמא נגדית ו97 הוכחתי. (צוחקת) 'סתכלי על **זה** הוא **ממש חמוד וממש טוב**.
ריקי	מי ?
תמי	יואל
מיטל	יוסי זה זה שעשה אתמול את השאלות מתקדמים על הלוח?
ריקי	כן נראה לי. אצלי ממש אהבו את השאלה. כן של השובך יונים, הם ממש נהנו מזה.
רחל	אבל יפה שאת נותנת את השאלה הזו. כי זו בדרך כלל אחת השאלות האחרונות שנותנים בשובך יונים.
רחל	כן כן, לא זה קשה נורא, אבל הם מתלהבים. מה הקטע, זו שאלה שקשה לחשוב עליה לבד, אבל אפשר להסביר לאנשים מאוד בקלות. זו מין חידה **שאפשר להביא לאנשים והם לא יפתרו ואני אגלה להם**. (צוחקת) אז בטח שזה כיף ואז הם יכולים להגיד, איך לא עליתי על זה. **אבל הקטע של חסם הדוק 97 הרג אותי. ב98 מצאתי דוגמא נגדית. מה זה הדבר הזה? מאיפה צצת (צוחקת)**

תמי המדריכה ספרה על האפיזודה כבדרך אגב, היא אפילו לא תארה את השאלה, אלא רק אמרה 'השובך יונים', שזהו עיקרון מתמטי ולא שאלה ספציפית. לאחר מכן היא הסבירה את הפליאה שלה מכך שיואל פתר את השאלה. הפליאה התחזקה בהוספת פרטים נוספים על השאלה:

- זו בדרך כלל אחת השאלות האחרונות שנותנים בשובך יונים.
- זו מין חידה שאפשר להביא לאנשים והם לא יפתרו ואני אגלה להם.

ועל יואל:

- זה שעשה אתמול את השאלות מתקדמים על הלוח?
- אבל הקטע של חסם הדוק 97 הרג אותי. ב98 מצאתי דוגמא נגדית. מה זה הדבר הזה?

הרחבת השאלה לעבר מספרים אחרים, ומציאת את גבולותיה, הרשימו ביותר את המדריכה, ואת הצוות כולו. תוארה הפליאה הרחבת את גבולות השאלה ומענה על שאלה שלא נשאלה.

למחרת, המדריכה תארה שוב את החידה בפגישת צוות בפורום יותר רחב, שם מלבד המדריכות הצטרפו יזם המחנה ואחראי האקדמי מטעם הפקולטה (טבלה 14). שוב חוזרת לה בעיית שובך היונים, אך בפגישה זו מתוארת גם השאלה, והתשובה הסטנדרטית שלה (השונה מהתשובה שיואל הביא).

טבלה 14: מתוך ישיבת צוות יום חמישי שבוע ראשון

Table 14: During Staff Meeting Thursday of First Week

דובר	מה נאמר
מדריכה	הבאתי ליואל ספר חידות של האולימפיאדה כי הוא סיים את התרגילים לפני כולם, אמרתי לו תבחר מה שאתה רוצה אני אתן לך עד שבוע הבא.
תמי	נתתי ליואל את השאלה בשובך יונים: שיש לך מועמד, ועד הבחירות יש לו 50 ימים, בכל יום הוא נואם לפחות נאום אחד, ובסך הכל לא יותר מ75 נאומים, וצריך להראות שיש רצף של ימים שבהם הוא נואם 24 נאומים. בדיוק! אז מגדירים את היונים להיות, $A_1..A_{50}$ מספר הנאומים ביום הראשון השני וכך הלאה ו $B_1..B_{50}$ מספר הנאומים ביום ה N ועוד 24, עושים עוד 50 יונים ואז יש לך 100 מספרים, שהם 1 עד 99. <u>יש 2 שווים והם לא יכולים להיות באותה קבוצה</u>. ואז הם משתי קבוצות שונות, זה אומר שיש שני מספרים שההפרש שלהם הוא בדיוק 24. נתתי להם רק את החידה, **בלי כאילו בכלל רמזים בכלל**, נתתי את זה ליוסי, והוא בא ואמר לי: "הוכחתי את השאלה, אבל 75 זה לא חסם הדוק, זה עובד עד 97" כאילו אם הוא נואם עד 97 נאומים, אז זה עובד, אבל ב98 מוצא דוגמא נגדית, (צוחקת) והוא **ממש טוב, ממש טוב**,

אך זו לא הפעם האחרונה שסיפור על התרגיל והפתרון של יואל הוזכרו בישיבות הצוות, לאחר שבוע מפגישה זו, במהלך שיחה על תרגיל אחר שיואל פתר, נזכרת שוב המדריכה לספר, "אמרתי לך שהוא יותר הפתיע אותי כשהוא בא עם החסם הדוק ולא הדוק, עם השובך יונים, חסום הדוק 97, 98 ."[W2D5Z]

אפשר לשים לב שבעזרת הפתרון שהמדריכה חשבה עליו שהוא גם הפתרון הסטנדרטי[77] לבעיה זו, ההרחבה שיואל ביצע אינה אפשרית, כלומר, יש קושי להרחיב את השאלה, עד 97. שכן מעל 75 הפתרון הסטנדרטי לא עובד, זו גם עדות נוספת לכך שהמדריכה לא ראתה את הפתרון של יואל. למעשה, יואל פתר בדרך קצת שונה מזו שהמדריכה תארה בפגישת הצוות (טבלה 15). דרך שממנה ההרחבה יחסית ברורה.

פתרון השאלה על ידי יואל

בטבלה 15, מתואר הפתרון של יואל העמודה השניה, והסברים פרשניים של המעברים המתמטיים שהוא ביצע בעמודה השלישית.

טבלה 15: הפתרון של יואל

Table 15: Joel's Solution

שורה	הטענה	הסברים[78]
1	נוכיח טענה יותר חזקה: במהלך 50 הימים הללו המתמודד נאם לכל היותר 97 נאומים. שאר הנתונים לא משתנים.	טענה יותר חזקה (97 במקום 75)
2	כיוון שבכל יום המתמודד נאם לפחות נאום אחד, הוא	מעבר מ50 ימים ל49 ימים

[77] במילה סטנדרטי אני מכוונת לפתרון הבעיה כפי שהוא מופיע בקורסים או בספרי הלימוד המוכרים.
[78] הסברים נוספו על ידי על מנת לתאר את המעברים שנעשו משורה לשורה.

	בפרט נאם לפחות נאום אחד ביום ה-50. כלומר, במהלך 49 הימים הראשונים הוא נאם לכל היותר 96 נאומים.	(כנראה בגלל ש49=2*24+1)
3	נסמן : a_i=כמות הנאומים שאותם נאם המתמודד **עד ליום ה-i**. לכן, כמות של נאומים במהלך רצף מסוים של ימים הוא מהצורה $a_j - a_i$, כאשר $i < j$.	סימון משתנים מתמטיים עם אינדקסים
4	כיוון שיש בסה"כ 49 ימים, ו-a_i יכול לקבל 24 ערכים מודולו 24, נקבל שעל פי עיקרון שובך היונים יש לפחות שלושה ימים i,j,k שעבורם $a_i = a_j = a_k \ (mod\ 24)$. ללא הגבלת הכלליות, $i < j < k$.	בפתרון של המדריכה לא נעשה שימוש במודולו. מכיוון 49=2*24+1 אז מעיקרון שובך יונים ישנם 3 כאלה
5	לכן $a_i < a_j < a_k$. אם $a_j - a_i = 24$, ניצחנו. אחרת, כיוון ש- $a_i = a_j \ (mod\ 24)$, בהכרח $a_j - a_i \geq 48$. באופן דומה, אם $a_k - a_j$ לא שווה ל-24, אז $a_k - a_j \geq 48$.[79]	המילה ניצחנו היא מילה שלא קשורה על פי רוב לשיח המתמטי, וקשורה יותר לעולם הילדים.
6	לכן $a_k - a_i = (a_k - a_j) + (a_j - a_i) \geq 48 + 48 = 96$. אבל, $a_1 \geq 1$, כי המתמודד נאם לפחות נאום אחד ביום הראשון. לכן $a_k = (a_k - a_1) + a_1 \geq 96 + 1 = 97$ אבל המתמודד נאם מהלך 49 הימים הראשונים לא יותר מ-96 נאומים. לכן קיבלנו סתירה והטענה הוכחה.	שימוש בסתירות של טענה והוכחה בשלילה נלמדו במהלך המחנה.
7	**הערה** : החסם שלנו הדוק. כלומר, אם המתמודד נאם 98 נאומים או יותר במהלך 50 הימים הראשונים, הטענה לא נכונה. דוגמה ל-98 : בכל אחד מ-23 הימים הראשונים ינאום המתמודד נאום אחד, ביום ה-24 25 נאומים, ב-23 הימים הבאים נאום אחד בכל יום, ביום ה-48 25 נאומים, ובשני הימים הבאים נאום אחד בכל יום. אם רוצים יותר מ-98 נאומים, אפשר להוסיף נאומים ליום ה-24. ההוכחה שאכן הדוגמה עובדת תישאר כתרגיל לקוראים.	הגדרה של חסם הדוק ומציאת דוגמא נגדית. תישאר כתרגיל לקוראים זוהי אמירה המתוארת רבות בספרי לימוד עצמי במתמטיקה ובקורסים בפקולטה למתמטיקה

ניתן לזהות בכתיבה המתמטית של יואל תמציתיות ושימוש במשתנים ואינדקסים, המוזכרים בערך של כתיבה מתמטית תקנית. בעמודת ההערות הוסברו מעברים בין שורות. לעיתים בכתיבה מתמטית המעבר בין הטענות מבוסס על ידע קודם ועל הסכם לא כתוב בין חברי הקהילה על הפרטים שצריך להצדיק או לא. הסכם מסוג זה לעיתים לא מובן למשתתפים פריפריאלים, אשר לא ברור עבורם מה צריך להוכיח ומה מובן מאליו כידע קודם.

בהשוואה בין הפתרון של יואל (טבלה 15) לבין הפתרון שהמדריכה מציגה בישיבת הצוות (טבלה 14) ניתן לראות שדרך הפתרון השונה היא זו שרמזה על האפשרות להרחבה של השאלה. בפתרון של יואל, נראה כי בדרך הפתרון תמונה הרחבת השאלה, וכפי שהוא תיאר[80], שבמהלך הפתרון הוא ראה שהמספר 75 הוא לא המספר הגדול ביותר שיכול לקיים את הטענה. הפתרון שתארה המדריכה בישיבת המדריכים אינו מגלה כי הטענה יכולה להתרחב מעבר ל-75. באפיזודה זו נראה כי זהות

[79] $a_i = a_j \ (mod\ 24)$ שקול לטענה $a_j - a_i = 24\text{K}, K\ integer$ לכן אם $a_j - a_i \neq 24$, וגם $a_i < a_j <$ a_k אז $a_j - a_i \geq 48$.

[80] כאשר כתב עבורי את הפתרון.

התלמיד, כתלמיד מוכשר ביותר, וכן, הדרך בה הוא מתאר את פתרון השאלה והתוספת שלו לפתרון, היא זו שמגבילה בעצם את המדריכה, שנתנה אמון בפתרון של התלמיד, ולא בחנה את דרך פתרונו[81]. ויותר מכך, נראה כי שאלה זו הייתה משמעותית בבניית הזהות בשל התשובה המפתיעה שהתלמיד הגיע, לא רק שהגיע לתשובה (בתרגיל שרבים מהסטודנטים לתואר ראשון לא מצליחים לבד כמו המדריכה תארה על עצמה) אלא גם שהרחיב את השאלה ומצא דוגמא מתי היא לא נכונה.

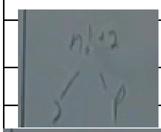
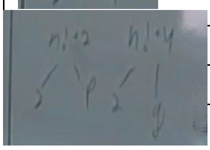
חוסר אימות של סיפור מתמטי כל כך משמעותי, שהפך לסיפור זהות של התלמיד הוא בעיתי. לכאורה, לעיתים נראה כי מכך שעצם העובדה שתלמיד אמר כי פתר שאלה, לא התעכבו על דרך הפתרון, לבדוק שאכן הפתרון נכון, ולפתח זאת להזדמנות למידה גם לשאר התלמידים במחנה.
יכול להיות כי למדריכה ישנם כללים קהילתיים להערכת פתרון כנכון או שגוי (בדומה למה שנותח במקרה של יסמין, בפרק 4.3) יתכן והרחבה של תרגיל אל מעבר לגבולות השאלה, הוא אחד מכללים אלו.

[81] ההסבר שלא היה זמן נפסל מכיוון שהחידה היתה חלק מפעילות העשרה במחנה, ונראה מניתוח השיעורים כי תוכנית המחנה לא משקפת לחץ בזמן.

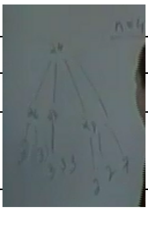
נספח י"א – תכתוב מלא של האפיזודה שנותחה בפרק 4.3

הוכיחו כי לכל מספר $n!+2, n!+3, \dots, n!+n$

יש מחלק ראשוני שלא מחלק אף אחד מהמספרים האחרים.

שורה	זמן	מדבר	מה נאמר	מתווכים
1	22: 22	יסמין	תקשיבו, הצעה, במחברת אני כותבת ממש קטן, ופה אני לא יכולה לכתוב קטן.	עלתה על כיסא
2	22: 32	בן	זה יתפוס את כל הלוח	
3	22: 34	יסמין	אתה תתפוס את כל הלוח	
4	22: 36	בן	אני לא תפסתי חצי	
5	22: 45	יסמין	זה ממש קטן עכשיו, צריך שיראו את זה. אני צריכה לנצל את המקום של הלוח בצורה טובה. טוב זה ייקח הרבה זמן.	
6	22: 41	יסמין	עכשיו אני יורדת שכולם יוכלו לראות.	
7	23: 47	יסמין	רגע (פונה לשיר) למה את מעתיקה את זה?	
8	23: 48	שיר	כי אני רוצה שיהיה לי.	
9	23: 50	יסמין	אבל אם אני אעשה עכשיו משהו לא נכון?	
10	23: 52	בן	לא נורא, קורה!	
11	24: 19	יסמין	רגע, אז טוב אני בעצמי לא מבינה, כאילו, אני מבינה מה שכתבתי,	
12	24: 20	יסמין	כתבתי את זה בשפה מאוד מסורבלת אז אני אנסה לתרגם את זה.	
13	24: 26	יסמין	קודם התחלתי בדוגמא, כדי שאני אבין את זה יותר טוב, ואז בעצם יש מספר שהוא n! ואז לוקחים אותו ומוסיפים לו כל מיני דברים, זה התרשים המפורסם שלי.	
14	25: 04		2+ 3+ והלאה...עד פלוס n	
15	25: 05	שיר	הא, זה לא נורא	
16	25: 06	יסמין	לא, זה לא מסובך בכלל	
17	25: 12	יסמין	ואז בעצם אם הוספתי 2, אז המספר לא יתחלק בשום מספר קטן מn חוץ מ 2	
18	25: 14	יסמין	בסדר?	
19	25: 16	יסמין	יופי!	
20	25: 20	יסמין	ואז אם הוספתי 3 אז הוא לא יתחלק בשום מספר קטן מn חוץ מ3	
21	25: 38	יסמין	ואז ברגע שהגענו ל- 4 שהוא כפולה של 2 אז המספר צריך להתחלק גם ב- 2, הם, רגע, אבל הוא חייב להתחלק גם בעוד גורם ראשוני שגדול מ- n	
22	25: 41	יסמין	נכון , אם יש לנו n!+2 אז הוא חייב להתחלק ב2 ובעוד גורם ראשוני	
23	25: 50	יסמין	נגיד s, לא, לא. s לא טוב, p. גורם ראשוני p, שגדול יותר מn	
24	25: 53	יסמין	אז ה4+!n צריך להתחלק ב2 ועוד משהו שונה מp	
25	25: 55	יסמין	אז ככה יש לנו עם כל הדברים.	
26	25: 58	יסמין	בסדר?	
27	26: 01	מדריכה	למה אמרת את זה? למה?	

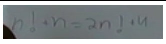
28	26:04	יסמין	כי אחרת זה יהיה אותו מס׳	
29	26:08	מדריכה	את אומרת שבפלוס 4?.לא לא לא, בסדר, אני רק רוצה להבין.	
30	26:13	יסמין	כן, n עצרת פלוס 4 הוא חייב להתחלק ב2 נכון, ובעוד מס׳, מס׳ אחר שהוא לא p מספר q.	
31	26:21	מדריכה	את יכולה אפילו להגיד בדיוק מה.	
32	26:25	יסמין	בסדר אבל זה לא באמת משנה לי כרגע, העיקר שזה לא p.	
33	26:30	יסמין	ואז מה שנשאר לי להוכיח שn! פלוס n לא יכול להיות גדול או שווה לפעמיים n!+2, אז הוא היה יכול להיות שווה ל2 כפול 2 כפול p ואז זה כבר לא יעבוד.	
34	26:40	יסמין	אז הוא היה יכול להיות שווה ל2 כפול 2 כפול p ואז זה כבר לא יעבוד.	
35	26:58	שיר	אני לא מבינה!	
36	27:00	יסמין	מה?	
37	27:03	שיר	יש לך פה n! ועוד 2,	
38	27:13	יסמין	כן.	
39	27:14	שיר	הוא מתחלק ב2 ונגיד את מוסיפה לו 2 ואת אומרת שהוא מתחלק בעוד משהו חוץ מ2.	
40	27:15	יסמין	שהוא לא יכול להיות שום דבר, שום מספר, שקטן מn והוא חייב להיות ראשוני, אז הוא חייב להיות ראשוני גדול מn.	
41	27:24	שיר	למה הוא לא יכול להיות קטן מn? כי את מחלקת ב2 ואז יש לך	
42	27:28	שיר	רגע, שוב, קטן מ-n ? כי את לוקחת את n!, זה המכפלה של כל המספר...	
43	27:30	יסמין	אם את מוסיפה את ה2	
44	27:38	יסמין	אז הוא כבר לא יתחלק באף מספר חוץ מ2	
45	27:54	שיר	לא, עם 1 אני מבינה (כלומר n!+1).	
46	27:59	שיר	טוב..אוקיי..ואז עם 4 זה מתחלק ב2	
47	28:09	שיר	אני מצטערת, אבל זה מתחלק ב 2	
48	28:17	יסמין	לא, לא, זה! זה מתחלק ב2, ברור, כי 4 מתחלק ב2, זה מתחלק ב 2 אבל אז חייב להיות עוד גורם **ראשוני**	
49	28:25	שיר	אה ואז יש לי מס׳ שונה... הבנתי!	
50	28:29	יסמין	זה חייב להיות מס׳ שונה מזה. אחרת זה יהיה אותו מס׳	
51	28:34	יסמין	ואז מה שנשאר להוכיח פה שאמרתי שפלוס n	
52	28:38	שי	למה את אומרת שזה ראשוני?	
53	28:39	יסמין	אממ	
54	28:40	מדריכה	שנייה, שנייה, שנייה, את אומרת שהוא מתחלק ב-2, בסדר, אבל למה הגורם השני ראשוני?	
55	28:42	יסמין	חייב להיות עוד גורם **ראשוני**.	
56	28:44	שיר	כי יש לך !n ועוד 2, אז 2 צריך להופיע בתור גורם ראשוני, ואז אם יש לנו n!+4 אז יש את 2 גורם ראשוני פעם אחת, אהה לא, הוא יכול להופיע בעצם יותר מפעם אחת.	
57	29:03	מדריכה	הוא יכול להופיע יותר מפעם אחת, בוא ניקח n=4 , אני רוצה לעשות פה קצת סדר טוב?	
58	29:04	מדריכה	אז n יהיה 24, אז יש לנו את 24 ועוד 2 שזה 26.	
59	29:05	מדריכה	27,28,29 ואני רוצה להראות שלכל אחד...	
60	29:23	יסמין	רגע לא אין 29.	
61	29:28	מדריכה	למה?	
62	29:29	יסמין	כי זה (מצביעה על התרשים) ועוד אחד ועוד 2 ועוד שלוש ועוד 4 אין את זה.	



63	29:30	מדריכה	אה נכון, סליחה אין את זה. בסדר גמור. אז אני עכשיו רוצה לראות.	
64	29:36	יסמין	ואז מחלקים את זה לגורמים ראשוניים, 2 ו13, רגע מה זה 3, 3, 3 ו את זה (28) 2 2 7.	
65	29:47	מדריכה	אוקיי ו...	
66	29:57	יסמין	ואז אנחנו רואים שיש לנו 2 ועוד מספר ראשוני, זה בטוח?	
67	26:59	מדריכה	למה?	
68	30:00	יסמין	כי זה חייב להיות חייב להיות גורמים ראשוניים.	
69	30:01	שיר	אממ..	
70	30:01	מדריכה	גורמים אבל למה שתי ראשוניים?	
71	30:05	יסמין	כי..	
72	30:07	מדריכה	אולי יש לו גורמים שלוש?	
73	30:08	שיר	לא, אם את מוסיפה לו 2.	
74	30:09	יסמין	כי הם לא יכולים להיות קטנים מn.	
75	30:11	מדריכה	תיקחי את 122.	
76	30:15	יסמין	בסדר, אז זה לא יכול להיות קטן מn.	
77	30:20	שי	ולמה זה לא יכול להיות מספר בחזקת 2?	
78	30:21	יסמין	כי זה חייב להיות ראשוני!	
79	30:24	שי	לא, לא מספר בחזקת 2 ,כלומר המספר 26 או מספר אחר.	
80	30:27	יסמין	כי זה יצא 2.	
81	30:28	מדריכה ושי	נו למה ?	
82	30:30	מדריכה	למה מתפרק רק ל 2 (גורמים ראשונים), קחי את 5 עצרת, 120 תוסיפי לו עוד 2, 122 נכון? מחלקת את זה ב2	
83	30:39	יסמין	עשיתי את זה, רגע חכי, ואז זה 2 ו61,	
84	30:41	מדריכה	אז את אומרת שזה תמיד יוצא?!	
85	30:43	יסמין	אני הוכחתי את זה!	
86	30:44	יסמין	אני פשוט, פשוט לא רוצה להתחיל עם כל ה...	
87	30:45	מדריכה	את בטוחה?	
88	30:47	יסמין	זה תמיד יהיה ככה!	
89	30:48	מדריכה	את בטוחה?	
90	30:47	יסמין	כן! נראה לי...אני הוכחתי את זה אני לא זוכרת איך.	
91	30:52	מדריכה	לא כי זה מאוד מעניין, כי אם את אומרת את זה, אז את אומרת שקל לי מאוד למצוא מס' ראשוניים. זאת אומרת שאני אקח משהו עצרת אחלק אותו ב2 אוסיף לו 2, הא לא, יוסיף לו 2 אחלק אותו ב2.	
92	31:46	מדריכה	ואז אני קיבלתי מספר ראשוני. זאת אומרת שנתתי אלגוריתמים למצוא מספר ראשוני, בגלל זה, זה מוזר לי.	
93	30:12	שיר	זה די קרוב לאלגוריתם שמוצא מספרים ראשוניים.	
94	30:13	יסמין	כן זה..	
95	31:14	שיר	זה יחסית קרוב, כי בעצם מה אני עושה, אני כופלת הרבה מספרים ראשוניים ומוסיפה אחד, אז כאן אני כופלת את כל המספרים ומוסיפה 2.	
96	31:16	יסמין	נו, בואי ננסה עם משהו ממש גדול.	
97	31:23	מדריכה	לא זה לא אלגוריתם למציאת מספרים ראשוניים.	
98	31:29	יסמין	אפשר למצוא ככה מספרים ראשוניים הבעיה היא שמחשב קשה לו לעשות עצרת גם עם המספרים מאוד קטנים, בואו ננסה את זה.	
99	31:42	בן	אתם ממש מזלזלים במחשב אני רואה.	
100	31:43	יסמין	לא, לא מזלזלים.	
101	31:44	בן	לפחות במחשב (מחשבון) הזה.	

102	31:45	שי	במחשב הזה כן, יש מה לזלזל.	
103	31:46	בן	כן.	
104	31:50	מדריכה	לא, את אומרת שכל פעם שאת עושה את זה את מקבלת בוודאות מס' ראשוני, זה משהו שדורש הוכחה.	
105	31:55	יסמין	לא, בסוף בסוף, כן.	
106	31:54	גל	אבל 27 חלקי שלוש שווה שש, לא, שווה... שווה 9 , 9 לא מספר ראשוני.	
107	31:58	מדריכה	לא, מה, היא מדברת על למספר הראשון (כלומר n!+2 במקרה הזה 26).	
108	32:06	מדריכה	ברור לכולם מה הבעיה שלי?	
109	32:07	תלמידים	כן.	
110	32:09	מדריכה	אולי זאת רק הבעיה שלי.	
111	32:10	שי	למה פה (n!+2) זה 2 כפול מס' ראשוני? ברור לכולם?	
112	32:10	מדריכה2	כן גם לי לא כל כך ברור.	
113	32:11	שי	בסוף מקבלים פירוק לגורמים אבל למה זה רק שתים (ראשוניים).	
114	32:12	מדריכה	כן, למה פה זה 2 כפול מספר ראשוני, אני לא.., אני לא חושבת שזה נכון.	
115	32:15	מדריכה2	כן.	
116	32:20	מדריכה	אה, אבל, My opinion אני לא בטוחה שאני צודקת.	
117	32:21	יסמין	לא, לא, זה יכול להיות 2 כפול הרבה דברים אבל בסוף יש שם מספר ראשוני.	
118	32:27	מדריכה	ברור שבסוף יש לך גורמים ראשוניים, אבל למה יש2 זה מה שמפריע לי.	
119	32:32	יסמין	לא, אין לך רק 2	
120	32:34	מדריכה	אבל זה מה שציירת פה (מצביעה על האיור בשורה 22)	
121	32:36	יסמין	מה?	
122	32:37	מדריכה	אוקיי, ואם יש לך יותר אז את כן בבעיה	
123	32:40	יסמין	למה?	
124	32:42	מדריכה	כי את הנחת שיש 2 מחלקים ואז אמרת שבגלל שיש2 אז זה (מצביעה על p) בדיוק n עצרת ועוד 2 חלקי 2, אם הבנתי נכון את מה שאמרת.	
125	32:48	מדריכה	אם תגיעי עד לפה, את תגיעי שהמחלק של זה הוא בהכרח שונה מהמכנה הזה.	
126	32:52	מדריכה	ככה אני הבנתי את ההוכחה שלך, ואולי לא הבנתי כלום וזה בסדר.	
127	33:12	יסמין	אני לא הבנתי מה את הבנת מההוכחה שלי.	
128	33:19	מדריכה	אני הבנתי שאת מתרצת את זה שקיים לך משהו אחר בזה שהדבר הזה הוא בדיוק n עצרת ועוד 2 חלקי 2.	
129	33:31	יסמין	שמה?	
130	33:32	מדריכה	ש p זה שווה n עצרת ועוד 2 חלקי 2.	$p = (n! + 2)/2$
131	33:41	יסמין	עוד כל מיני דברים.	
132	33:44	מדריכה	ואז לא ברור לי למה מה שאת אומרת לי הוא נכון.	
133	33:48	שיר	אפשר במקום זה להגיד שאנחנו מוציאים את 2 החוצה אז זה לא חייב להיות ראשוני.	
134	34:03	מדריכה	אבל שנייה אני רוצה שיסמין תסביר את שלה ואת יכולה לכתוב את שלך ונדבר עליו אחר כך.	
135	34:05	שיר	(צוחקת) אהההה.	
136	34:12	פול	אני ידעתי למה p הוא ראשוני, רוב הפעמים.	
137	34:15	גל	מה בכלל אנחנו עושים?	
138	34:16	מדריכה	רוב הפעמים זה אף פעם לא מספיק.	

139	34:18	בן	למה אבל יש את יוצא הדופן שמוכיח את הכלל.	
140	34:20	יסמין	אבל בסוף יהיה מספר ראשוני.	
141	34:23	מדריכה	זה ברור תמיד יהיה לך ראשוני, מהפירוק לראשוניים.	
142	34:25	יסמין	אממ.	
143	34:28	בן	אז מה שהוכחת כאן זה שלכל מס' כאן יש מחלק ראשוני.	
144	34:30	יסמין	לא זה לא מה שהוכחתי פה...זה ממש לא מה שהוכחת פה! על זה הסתמכתי!	
145	34:36	מדריכה	למה הוא גדול מn?	מצביעה p
146	34:37	מדריכה	פה למשל הוא לא גדול מn.	
147	34:38	גל	ואת עשית בכל זאת פירוק לגורמים.	
148	34:40	מדריכה	פה למשל שהגעת ב27, יש כאן 3 כפול 3כפול 3 ואף אחד מהם לא גדול מ4.	
149	34:42	פול	אבל הם זהים.	
150	34:44	יסמין	אבל הוא ראשוני, רגע רגע...	
151	34:55	יסמין	לא, לא אני מדברת רק על כפולות של 2, על זה אני לא מדברת, על זה לא אמרתי את זה.	
152	35:06	מדריכה	אז תראי, אז שוב, אז את אומרת, כאילו כל טענה שאת טוענת פה היא צריכה בירור.	
153	35:10	מדריכה	את אומרת איזושהי טענה, יכול להיות שהיא נכונה.	
154	35:13	יסמין	אמרת שאני חושבת מוזר, אז אני חושבת מוזר !	
155	35:16	מדריכה	לא, אין לי בעיה.	
156	35:18	מדריכה	יכול להיות שזה נכון ויכול להיות שתגלי פה טענה חדשה ותכתבי על זה מאמר.	
157	35:20	יסמין	כן, ממש. (ציניות)	
158	35:21	מדריכה	אין לי שום בעיה, באמת בכיף.	
159	35:22	יסמין	פיזיקה אולי, מתמטיקה לא.	
160	35:25	מדריכה	אולי כן, יש פה הרבה דברים מעניינים יש לנו טענה שאת אומרת n!+2יש לו גורם ראשוני גדול מn. זו הטענה שלך.	
161	35:49	יסמין	רגע, לא יודעת אני לא זוכרת.	
162	35:50	יסמין	מה מצחיק.	
163	35:51	בן	לא משנה.	
164	35:52	יסמין	זה מסקרן אותי.	
165	35:52	בן	הופה העניינים פה נהיו מעניינים...	
166	35:53	יסמין	די, די לא לצחוק עלי!	
167	35:54	בן וגל	מי צוחק עליך?	
168	35:54	גל	לא חס וחלילה!	
169	35:55	מדריכה	מה פתאום, זה תרגיל מצוין!	
170	35:57	מדריכה	יפה מאוד!	
171	35:59	יסמין	נו הנה! כן, את רואה? 181,4401 זה מס' ראשוני! לא? זה נראה ראשוני.	
172	36:02	יסמין	זה מס' ראשוני!	
173	36:06	יסמין	זה בהכרח מס' ראשוני!	
174	36:10	יסמין	זה מס' ראשוני!	
175	36:14	פול	אבל יכול להיות שהמספר הזה מתחלק ב2 מספרים שונים.	
176				
177	36:16	תלמידים	(מדברים בשקט אחד עם השני)	
178	36:24	מדריכה	אבל מה שכן אני ארשום לי את התרגיל הזה, וזה יהיה בתומבה הבא.	
179	36:28	שי	אם n=3, n! זה שש, שש ועוד 2 זה 8, 8 מתפרק ל2 2 2 .	

180	36:30	מדריכה	כן!	
181	36:49	פול	זה ראשוני כי שלוש כפול 4 .. עד n ועוד..	
182	36:50	מדריכה	תשמעי זה שאת מוכיחה לי את זה במספרים...	
183	36:55	יסמין	לא אני לא מוכיחה במספרים אני אוכיח את זה נורמלי...	
184	36:59	שי	לא רגע אבל שלוש, שלוש עצרת זה שש, שש ועוד 2 זה שמונה, שמונה זה 2 2 2.	
185	37:01	מדריכה	אז יפה מאוד, הוא סתר לך את הטענה בהרבה יותר פשוט.	
186	37:04	יסמין	לא, לא, לא, אבל עדיין אם הוא סתר את הטענה, עדיין ההוכחה שלי מתקיימת, ההוכחה שלי לא בנויה על מספר אחד.	
187	37:13	מדריכה	אז תגידי לי את ההוכחה שלך.	
188	37:16	יסמין	אין לי בעיה עם כמה טענות תסתרו לי אני עדיין אוכיח את זה ככה.	
189	37:19	יסמין	דבר ראשון אין לי בעיה שזה יהיה 2 2 ו2 אבל , זה לא יכול להיות 2 2 ו2 כי n!+n לא גדול מ2n כפול n!+2.	
190	37:38	יסמין	(צוחקת במבוכה) שקט.	
191	37:45	יסמין	אני אכתוב על הלוח הזה.	
192	37:47	יסמין	$n! + n$ שווה $2n!$ פלוס 4.	
193	37:52	מדריכה	לא, זה לא יכול להיות.	
194	37:55	יסמין	לא הנה, נגיד הוכחתי, בשלילה! בשלילה! אני מוכיחה את זה בשלילה!	
195	38:05	בן	תגידי את אשכרה הוכחת את זה או שאת כותבת עכשיו על הלוח?	
196	38:07	יסמין	הוכחתי, הוכחתי.	
197		יסמין	באמת.	
198	38:15	מדריכה	שנייה, שנייה, למה את אומרת ש n! ...	
199	38:19	יסמין	כי אני מוכיחה בשלילה שזה לא יכול להיות גדול פי 2 מזה (מצביעה על המשוואה שכתבה). שזה גדול פי 2 מ...	
200	38:33	מדריכה	(מוסיפה סוגריים) זה מה שנכון ($2(n! + 2)$).	
201	38:35	מדריכה	שניים n!,זה לא כמו 2 כפול n!.	$2(n!) \neq (2n)!$
202	38:42	יסמין	נו ברור.	
203	38:44	מדריכה	זה לא היה ברור.	
204	38:51	יסמין	לא לא לא! זאת לא טעות, שנייה אני אחשוב על זה.	
205	38:55	תלמידים	(דיבורים לא ברורים בכיתה)	
206	39:22	מדריכה	יש אי שוויון לאיזה כיוון?	מצביעה על המשוואה
207	39:24	יסמין	מה איזה שוויון לאיזה כיוון?	
208	39:27	שי	מי גדול ממי?	
209	39:29	יסמין	זה ($2(n! + 2)$) גדול מי זה ($n! + n$)	
210	39:32	מדריכה	יש פעמיים כפול?	
211	39:34	יסמין	לא, אז זה פעמיים יותר גדול?	
212	39:40	מדריכה	אוקיי...בסדר.	
213	39:42	מדריכה	אז את אומרת אם זה שווה, אז מה?	
214	39:45	יסמין	אייי (צוחקת במבוכה)	
215	39:48	מדריכה	אוקיי..טוב, תמשיכי.	
216	39:51	יסמין	לא! אין לי כח יותר, נמאס לי !!	
217	39:55	בן	נו בסדר תמשיכי..	
218	40:12	יסמין	לא, לא אני גוזלת זמן לאנשים אחרים.	
219	40:13	מדריכה	בן נראה לי שמח שהוא לא צריך להציג עכשיו.	
220	40:13	יסמין	טוב התבלבלתי לגמרי.	

221	40:14	מדריכה	לא בסדר, סליחה, אולי אני בלבלתי אותך.	
222	40:15	יסמין	את בלבלת אותי!	
223	40:18	מדריכה	לא, אני בטוחה שיש לך הוכחה יפה, אבל היא צריכה להיות גם נכונה.	
224	40:22	יסמין	אני כבר לא זוכרת איך מסבירים אותה.	
225	40:25	שיר	בשביל זה חשוב לכתוב.	
226	40:26	יסמין	כתבתי, אבל זה, את מבינה משהו מזה?	
227	40:32	שרי	את לא צריכה לכתוב בכתב כל כך קטן.	
228	40:40	יסמין	אני יכולה לקרוא את זה, אני לא מבינה את זה אבל	
229	40:41	בן	קצת בעייתי כמו להוכיח תרגיל בגאומטריה, נכון זה וזה וזה, אז המשולש שווה שוקיים.	
230	40:50	יסמין	אממ	
232	40:54	מדריכה	תראו, אני רוצה להגיד לכם שזה אחד מהתפקידים של הלוח, ללוח יש פוטנציאל מאוד גדול בגילוי של דברים, לפעמים אנחנו חושבים שאנחנו מבינים משהו ושאנחנו באים ומסבירים את זה לאנשים אחרים, שמה, בדיוק בנק׳ הזאת אנחנו מגלים מה אנחנו מבינים ומה אנחנו לא מבינים וזה מאוד חשוב הנק׳ הזאת.	
233	41:15	מדריכה	אל תתביישו מזה	
234	41:20	מדריכה	כל אחד טועה, גם אני טעיתי,	
235	41:25	יסמין	אבל לא טעיתי! אני הוכחתי את זה אתמול!	
236	41:30	מדריכה	לא בטוח שטעית, אני רק אומרת ,שיכול להיות, צריך לבדוק את זה וצריך לכתוב את זה מסודר בסדר?	
237	41:35	שיר	סליחה, תרגיל אחד לא אומר שום דבר, אל תכנסי לפאניקה, את עדיין ממש מצליחה	
238	41:56	מדריכה	זה בסדר גמור, אף אחד לא ניסה בכלל לגשת לתרגיל הזה אז זה שנסית זה כבר....	
239	41:58	יסמין	אני תמיד נמצאת בתרגילים האחרונים את יודעת	
240	42:12	מדריכה	זה שניסית זה כבר משהו גדול, מה שכן, מי שכן ינסה לגשת לתרגיל הזה..	
241	42:17	יסמין	שלא יעשה את זה כמוני!	
242	42:19	מדריכה	לא, תנסו לחשוב על הפירוק, בעצם ש n! ועוד 2, אז 2, אתם מוציאים את הגורם המשותף	
243	42:25	מדריכה	אז זה n! חלקי 2 ועוד 1 3, אתם מוציאים n! חלקי 3 ועוד 1, אולי זה יעזור לכם בצורה הזאת.	
244	42:42	יסמין	רגע! אבל הטענה שלי, הראשונית, ראשונית, ראשונית הייתה כן נכונה.	
245	42:46	מדריכה	יכול מאוד להיות	
246	42:48	יסמין	בוא נראה, 10!, פעם ידעתי את זה בע״פ את כל העצרות, פלוס 2 לחלק ל2	
247	43:15	יסמין	הינה 1814401 זה מספר ראשוני, רוצה שאני אוכיח לך	
248	43:16	פול	שניה יש לי תוכנה שיש לה את כל המספרים הראשוניים אני אבדוק	
249	43:20	יסמין	כולל את מיליון שמונה מאות, כמה זה היה..	

Interactions between learning, identity and community expressed in a mathematical camp for gifted students

Rachel Hess-Green

Interactions between learning, identity and community expressed in a mathematical camp for gifted students

Research Thesis In partial fulfillment of the
Requirement for the degree of doctor of philosophy

Rachel Hess-Green

Submitted to the Senate of the Technion - Israel Institute of
Technology

Kislev, 5777, Haifa, Desember, 2016

The research thesis was done under the supervision of Dr Einat Heyd-Metzuyanim and Professor Orit Hazzan at the Department of Education in Science and Technology.

The Generous Financial Help of the Technion - Israel Institute of Technology Is Gratefully Acknowledged

Abstract

Research on learning of gifted and talented students has gained momentum in recent years. While numerous studies focus on the cognitive aspects of learning, presupposing that these aspects comprise the mainspring of giftedness, few focus on emotional and social aspects. This study follows a mathematical camp for high schoolers and examines it from a socio-cultural perspective, such that the individual is viewed both as a single entity and as a part of a community. The study focuses on academic institutions that offer programs for gifted students in mathematics, and on the way in which these institutions enable and accelerate the entry of their students into the academic mathematics community.

The conceptual framework for this study is based on Schein’s theory (2010), which characterizes organizational culture by classifying its components into three layers. The first layer, that of underlying assumptions, is comprised of implicit values, not spoken about openly and mostly taken for granted. The layer above contains the espoused values, expressed explicitly in the vision of an organization, or through the way its desired manner of operations is defined. Finally, the top layer is made of artifacts, including the discourse of the organization and the methods of its participation. Since this study employs Schein's theory to analyze a mathematical camp, the relevant artifacts relate to mathematical participation.

To examine the characteristics of mathematical participation by students, and to tie it with the students’ identity and the values of the camp, I relied on the commognitive approach (Sfard, 2008). This approach is useful since it provides both tools to analyze participation in mathematical discourse; and tools to study the development of a learner’s identity (Heyd-Metzuyanim & Sfard, 2012).

Utilizing the term *identity* can enable a broad understanding of how emotional, social and cognitive aspects fit together into mathematical learning (Sfard &Prusak, 2005; Heyd-Metzuyanim, 2015 ; Boaler &Greeno, 2000). So far, the majority of studies dealing with mathematical identity have centered on disadvantaged populations, and on the relationship between mathematics difficulties and identity. Thus, there are almost no studies targeting the identity of outstanding students or those defined as gifted.

The present study challenges the cognitivist framework of giftedness by studying processes in which the social identity of the gifted, as well as its participation in a community, are related to the development of her mathematical skills. This is done by examining the relationships between the value of the community, the identity of the student, and the learning processes.

The setting of this study is Tomba - a mathematical camp for high school students. The camp is held over two weeks during summer vacation and deals with number theory. In addition to mathematical activities, the camp also contains a variety of social activities. Tomba Camp was studied three times as part of this research, during the years 2013 to 2015.

The study included semi-structured interviews, the filming of students in the classroom, and the taping of a portion of the social activities. Some of the films were transcribed and analyzed, by integrating Schein's theoretical framework and the commognitive one.

The main findings of this study are the espoused and implicit values that were found in staff discourse, and the manifestation of these values in the discourse of students. In these camps, the following espoused values were fostered:

- **Belonging to a mathematical community** – camp leaders declared as one of its main goals the construction of a community where one can develop high-level mathematical discourse and where friendships are built based on that discourse.

- **Standard mathematical writing** – throughout the mathematical activities, precedence was given to solutions written according to mathematical conventions rather than oral (i.e., unwritten) solutions.

- **Dealing with difficulties** - dealing with difficulty was declared as admirable, and a positive outlook towards challenges was nurtured.

Apart from these values, which were evident in the discourse and expressed in the opening and closing ceremonies of the camp, there were also values that were not said explicitly to the students, but that nevertheless were found in the staff discourse. These implicit values are as follows:

- **Mathematics for its own sake** – implicit messages consistently valued mathematical activity as an activity valuable for its own end, rather than means for some other purpose.

- **Mathematical talent** – The staff favored certain students, who were deemed talented, over others. Various attributes manifested talent in the camp but the most dominant among them were independent work and quick solutions to mathematical problems.

- **Taken for granted background knowledge** – In guiding discourse participation, a certain set of previously mastered mathematical facts, narratives, and meta-rules were taken for granted as the students' "background knowledge". Instances of misalignment with these meta-rules, or failure to endorse commonly-held mathematical narratives led to identifying students as less talented or capable. Most of these taken-for-granted skills were not explicitly taught. The majority of meta-rules observed in mathematical activities such as proving and justifying were based on mathematical logic. However, some rules were based on community conventions. For example, it was observed that expanding a solution or a mathematical idea into new problems is a desirable community activity.

Overall, the values found in the camp, both espoused and hidden, guided students towards participation that was explorative in its nature (Sfard & Lavie, 2005; Heyd-Metzuyanim, 2015). In the practice of explorative mathematics, the purpose of such participation is to produce narratives that can be endorsed and labeled as true in the mathematical community, regardless of their impact beyond that sphere of mathematics (such as achieving high grades or appreciation). Such participation was reflected most clearly in the value of mathematics for its own sake. Meta-rules for justification also encouraged explorative participation. Meta-rules required students to base rejection or acceptance of narratives on logical rules, inherent to math, as opposed to relying on the opinion of an authority (e.g., teacher). The fostering of explorative participation was also found in values that had social or emotional qualities. For instance, the value of coping with difficulties nurtures autonomous work, which should not be influenced or controlled by opinions of others, even when that work is challenging.

The values above, derived from the staff discourse, found an echo in the discourse of students. However, these discourses did not always converge and some discrepancies were found in the expression of certain values. These differences arose especially during the doing of mathematics. For example, the value of mathematical talent, and particularly its aspect of quick solution, sometimes contradicted lingering with challenges and not running away from difficulty. Prioritizing talent was also at odds with the value of community belonging. While the former promotes competitiveness and independent solution of exercises, the latter implies togetherness and cooperation.

This clash between mathematical talent and community belonging reflects a general tension inherent in the values and mission of the camp. On the one hand, the institution aims at identifying mathematically talented students that would make good academic candidates. On the other hand, the camp is meant to provide instruction for students to acquire skills. It was found that values relating to talent identification were mostly implicit, and served as criteria of evaluation in the camp. In contrast, the espoused values, which matched nurturing and instruction rather than identification, were not significant criteria in assessing success. Nevertheless, the espoused values were essential elements in generating the learning community and sustaining it.

The contribution of this study is twofold - theoretical and practical. Theoretically, the study further clarifies the interaction between modes of participation in a math learning community on the one hand, and the identity of students on the other. It does so by analyzing the culture of the community, mainly its espoused and hidden values, and by examining how students adjust to these values. On a practical level, the study provides insights into the creation and enhancement of experiential learning frameworks of mathematics, while addressing the social and emotional aspects of these programs simultaneously with cognitive-mathematical aspects.

Table of Contents

List of Figures

List of Tables